Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU 5–10, 23.05.24

Maksimal poengsum er 31. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

Poenggrenser:
E: 13 poeng
D: 14 poeng
C: 18 poeng
B: 24 poeng
A: 28 poeng

Oppgave 1
2 poeng
Kandidaten svarer at utregningsmetodene i), ii) og iv) er riktige, og at utregningsmetode iii) er feil.

1 poeng
Kandidaten svarer feil for én av utregningsmetodene.

Oppgave 2a)
2 poeng
Kandidaten definerer variablene, formulerer en tekstoppgave som knytter likningssettet til en praktisk situasjon. Nedenfor er et eksempel:

Du kjøper epler og poteter i butikken. Eplene koster 29 kroner per kilo og potetene koster 19 kroner per kilo. Du kjøper 7 kilo epler og poteter og betaler 153 kroner. La x være antallet kilo epler og y være antallet kilo poteter. Lag et likningssett som beskriver denne situasjonen.

1 poeng
Kandidaten formulerer en tekstoppgave som knytter likningssettet til en praktisk situasjon, men definerer ikke variablene. Eller, kandidaten formulerer en tekst som knytter likningssettet til en praktisk situasjon, men selve oppgaveformuleringen mangler. Eller, kandidaten definerer variablene og formulerer en tekstoppgave som knytter likningssettet til en situasjon, men som ikke er praktisk. Nedenfor er tre eksempler.

Eksempel 1:
Du kjøper epler og poteter i butikken. Eplene koster 29 kroner per kilo og potetene koster 19 kroner per kilo. Du kjøper 7 kilo epler og poteter og betaler 153 kroner. Lag et likningssett som beskriver denne situasjonen.

Eksempel 2:
Du kjøper epler og poteter i butikken. Eplene koster 29 kroner per kilo og potetene koster 19 kroner per kilo. Du kjøper 7 kilo epler og poteter og betaler 153 kroner. La x være antallet kilo epler og y være antallet kilo poteter.

Eksempel 3:
Lag et likningssett av dette: Du har variablene x og y. Antallet x'er og y'er er 7 til sammen. I tillegg er 29 x'er og 19 y'er lik 153.

Oppgave 2b)
2 poeng
Kandidaten løser likningssettet tilfredsstillende på to ulike måter. Nedenfor er et eksempel.

Addisjonsmetoden

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 29x + 19y = 153 \\ \text{II} \quad & x + y = 7 \quad \Big| \cdot (-19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 29x + 19y = 153 \\ + \text{II} \quad & -19x - 19y = -133 \\ \hline & 10x = 20 \\ & \underline{x = 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & x + y = 7 \\ & 2 + y = 7 \\ & \underline{y = 5} \\ & \underline{\underline{(x, y) = (2, 5)}} \end{aligned}$$

Innsettingsmetoden

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 29x + 19y = 153 \\ \text{II} \quad & x + y = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & x = 7 - y \\ \text{II} \to \text{I} \quad & 29(7 - y) + 19y = 153 \\ & 203 - 29y + 19y = 153 \\ & -10y = 153 - 203 \\ & -10y = -50 \\ & y = \frac{-50}{-10} \\ & \underline{y = 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad & x + y = 7 \\ & x + 5 = 7 \\ & \underline{x = 2} \\ & \underline{\underline{x = 2 \text{ og } y = 5}} \end{aligned}$$

1 poeng
Kandidaten løser likningssettet tilfredsstillende på én måte.

Det gis 0 poeng om kandidaten løser likningssettet på to ulike måter, der det ene svaret er feil, og kandidaten ikke reflekterer over at svarene er ulike.

Oppgave 3a)
1 poeng
Kandidaten forenkler uttrykket så mye som mulig og viser framgangsmåten. Nedenfor er et eksempel.

$$\frac{2(ab-b)}{2b} = \frac{ab-b}{b} = \frac{(a-1)b}{b} = a - 1$$

Oppgave 3b)
1 poeng
Kandidaten beskriver feilene eleven gjør, og kandidaten viser hvor i besvarelsen feilene gjøres. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1:
Eleven bruker den distributive loven feil fra linje 1 til linje 2 og forkorter feil i linje 3.

Eksempel 2:
Eleven har multiplisert ut parentesen feil, det ser vi i linje 2. I tillegg har eleven forkortet feil i linje 3 og har som følge av dette mistet et ledd i telleren i linje 4.

Det gis 0 poeng om kandidaten ikke viser hvor i besvarelsen feilene gjøres, eller hevder at noe som er riktig er feil.

Oppgave 4a)
1 poeng
Kandidaten gjør oppgaven riktig, viser utregninger og gir en tilfredsstillende beskrivelse av forskjellen mellom svarene. Nedenfor er et eksempel.

Velger heltallene $2, 3, 4$ og 5.
(1) $2 \cdot 5 = 10$
(2) $3 \cdot 4 = 12$

Velger heltallene $976, 977, 978$ og 979.
(1) $976 \cdot 979 = 955\,504$
(2) $977 \cdot 978 = 955\,506$

Forskjellen mellom (1) og (2) er at svaret på (1) er to mindre enn svaret på (2).

Oppgave 4b)
1 poeng
Kandidaten formulerer en riktig hypotese om differansen mellom produktene (1) og (2) i oppgaven. Nedenfor er det to eksempler.

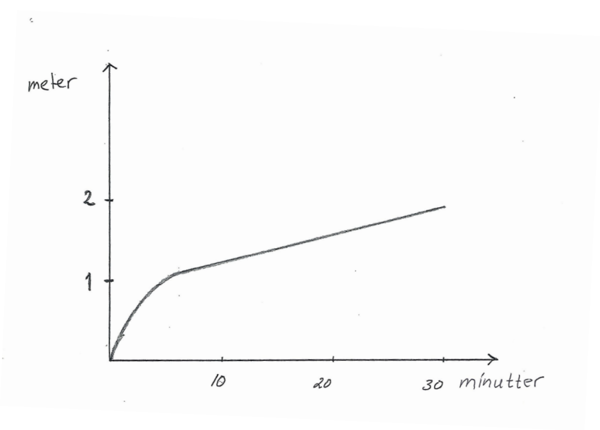
Eksempel 1:
Hypotese: Når du multipliserer de to midterste tallene, vil produktet alltid bli 2 større enn om du multipliserer det første og det siste tallet.

Eksempel 2:
Differansen mellom produktene i (1) og (2) er alltid 2.

Oppgave 4c)
1 poeng
Kandidaten bruker algebra og viser at hypotesen er riktig. Nedenfor er et eksempel.

Fire påfølgende heltall kan skrives generelt som $a, a+1, a+2\ og\ a+3$. Ved multiplikasjon av det første og det siste tallet får vi $a \cdot (a+3) = a^2 + 3a$. Ved multiplikasjon av de to midterste tallene får vi $(a+1) \cdot (a+2) = a^2 + 2a + a + 2 = a^2 + 3a + 2$. Differansen mellom de to produktene er $(a^2 + 3a + 2) - (a^2 + 3a) = 2$.

Oppgave 5a)
2 poeng
Kandidaten løser oppgaven riktig og forklarer tilfredsstillende hvorfor grafen er slik den ble skissert. Nedenfor er et eksempel.



Det er mulig å tenke en todeling av tiden det tar å fylle bassenget. Den første halvdelen av bassengdybden fylles raskere enn den andre, og grafen krummer fordi bunnen er skrå. Deretter er grafen rettlinjet fordi vanndybden øker konstant.

1 poeng
Kandidaten løser oppgaven korrekt, men forklaringen er unøyaktig. Et eksempel på en unøyaktighet er å ikke tydeliggjøre at grafen består av en krum og en rett del.

Det gis 0 poeng dersom elevoppgaven er gjort feil.

Oppgave 5b)
2 poeng
Kandidaten beskriver på en tilfredsstillende måte to feil som elev 1 gjorde, og to feil som elev 2 gjorde. Nedenfor er et eksempel.

Elev 1:
Eleven har tegnet begge delene av grafen som rette linjer og tar ikke hensyn til at den dypeste delen av bassenget skrår. I tillegg har den første delen av grafen et lavere stigningstall enn den andre. Dette blir feil siden den første delen av bassenget fylles raskere opp enn den andre.

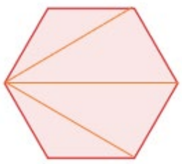
Elev 2:
Eleven har skissert en graf som viser tverrsnittet av bassenget. Eleven har ikke tatt hensyn til at det er sammenheng mellom vanndybden og tiden. I tillegg er 0 plassert feil på førsteaksen.

1 poeng
Kandidaten beskriver på en tilfredsstillende måte to feil som den ene eleven gjør og én feil som den andre gjør.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun beskriver en eller færre feil for hver av elevene.

Oppgave 6a)
2 poeng
Kandidaten viser med tegning og forklarer med ord hvorfor elevens påstand er riktig. Nedenfor er et eksempel.

Vi vet allerede at femkanten kan deles inn i tre trekanter. Sekskanten kan deles inn slik



Når vi trekker linjestykker fra ett hjørne til alle de andre hjørnene i sekskanten, finner vi at figuren deles inn i fire trekanter. Det stemmer med påstanden fordi når n går fra 5 til 6, så øker antallet trekanter fra tre til fire.

1 poeng
Kandidaten viser med tegning og forklarer med ord hvorfor elevens påstand er riktig, men svaret er unøyaktig. Et eksempel på en unøyaktighet er at kandidaten ikke tydeliggjør økningen i antallet trekanter fra en n-kant til den neste.

Oppgave 6b)
1 poeng
Kandidaten bruker elevens oppdagelse til å finne vinkelsummen i hver av de fire regulær n-kantene. Nedenfor er et eksempel.

Eleven har oppdaget at n-kantene kan deles inn i trekanter, og vi vet at vinkelsummen i en trekant er $180°$. Siden firkanten består av to trekanter, må vinkelsummen være $2 \cdot 180° = 360°$. På samme måte har femkanten vinkelsummen $3 \cdot 180° = 540°$, mens sekskanten har vinkelsummen $4 \cdot 180° = 720°$.

Oppgave 6c)
2 poeng
Kandidaten beskriver tilfredsstillende hva uttrykket representerer i forbindelse med regulære n-kanter. Nedenfor er et eksempel.

Uttrykket representerer vinkelstørrelsen i en vilkårlig regulær n-kant (størrelsen på hver innvendig vinkel) der n står for antallet hjørner. Det som står i telleren er vinkelsummen til en regulær n-kant med n hjørner, og det som står i nevneren er antallet hjørner i den samme regulære n-kanten. For eksempel vil vinkelstørrelsen i en regulær trekant være $\frac{180^\circ(3-2)}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$, og vinkelstørrelsen i en regulær sekskant være $\frac{180^\circ(6-2)}{6} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$.

1 poeng
Kandidaten beskriver tilfredsstillende hva uttrykket representerer i forbindelse med regulære n-kanter, men beskrivelsen er unøyaktig. To eksempler på unøyaktigheter er å ikke tydeliggjøre at det er vinkelstørrelsen som representeres, eller at uttrykket er generelt og gjelder for enhver regulær n-kant.

Oppgave 7a)
1 poeng
Kandidaten viser ved innsetting og utregning at uttrykkene i)–iv) alle gir svaret 8. Nedenfor er et eksempel.

i) $a \cdot b + c \cdot b = 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 8$

ii) $abc + b = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 = 8$

iii) $a^3 + b \cdot b + c = 1^3 + 2 \cdot 2 + 3 = 8$

iv) $\left(\frac{a+c}{b}\right) \cdot b^2 = \left(\frac{1+3}{2}\right) \cdot 2^2 = 2 \cdot 4 = 8$

Oppgave 7b)
2 poeng
Kandidaten viser algebraisk at uttrykkene i) og iv) er likeverdige. Nedenfor er et eksempel:

$a \cdot b + c \cdot b = ab + cb = b(a + c)$

$$\left(\frac{a+c}{b}\right) \cdot b^2 = \left(\frac{a+c}{\cancel{b}}\right) \cdot b^{\cancel{2}} = (a+c) \cdot b = b(a+c)$$

1 poeng
Kandidaten identifiserer de to uttrykkene som er likeverdige, men mestrer ikke å vise det.

Oppgave 7c)
2 poeng
Kandidaten formulerer en tilfredsstillende tekstoppgave og oppgir hvilket uttrykk som er valgt. Nedenfor er et eksempel.

Uttrykk i) $a \cdot b + c \cdot b$: Vi har to blomsterkasser. Den ene blomsterkassen har lengde a cm og bredde b cm. Den andre blomsterkassen har lengde c cm og bredde b cm. Hvor stort areal har blomsterkassene til sammen?

1 poeng
Kandidaten formulerer en tekst, men teksten inneholder ingen eksplisitt oppgaveformulering. Nedenfor er et eksempel.

Uttrykk i) $a \cdot b + c \cdot b$: To blomsterkasser har begge bredde lik b cm. Den ene blomsterkassen er a cm lang, og den andre er c cm lang.

Oppgave 8
2 poeng
Kandidaten svarer tilfredsstillende på de tre oppgavene i)–iii). Nedenfor er et eksempel:

i)

Antallet timer jobbet	2	5	10
Overskuddet i kroner	200	1700	4200

ii)

x	10	20	30
y	70	90	110

En tilhørende formel er på formen $y = ax + b$ når det er en lineær sammenheng mellom variablene x og y. Vi kan finne stigningsforholdet a og konstantleddet b slik $a = \frac{90-70}{20-10} = 2$ og $b = 110 - 2 \cdot 30 = 50$.

Formelen blir da $y = 2x + 50$.

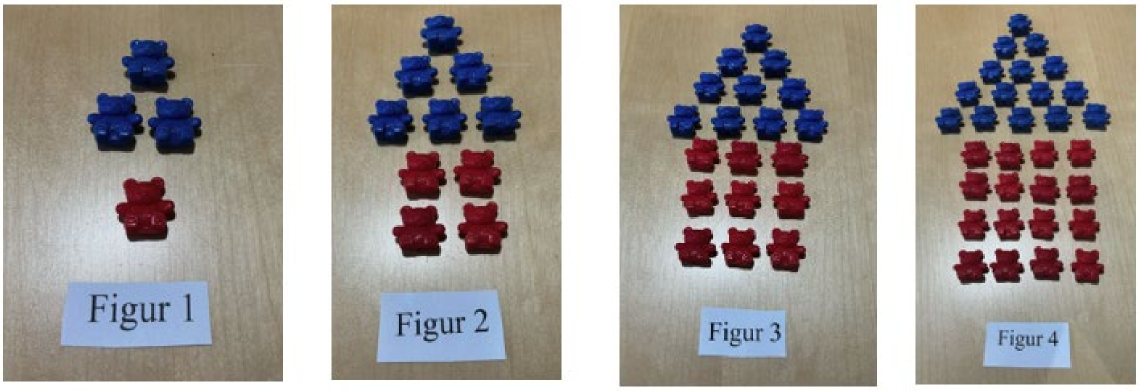
iii) En gruppe har leid en buss. Leieutgiftene er kr 10000, som fordeles likt per passasjer. Utgiftene til mat er kr 200 per passasjer. Variabelen x betegner antallet passasjerer, og $K(x)$ gir utgiften per passasjer.

1 poeng
Kandidaten svarer tilfredsstillende på to av oppgavene i)–iii).

Oppgave 9a)
2 poeng
Kandidaten oppgir riktig antall bamser som kreves for å lage figur 5, og kandidaten begrunner svaret ved å ta utgangspunkt i én av elevenes illustrasjoner. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1:

Elev 1

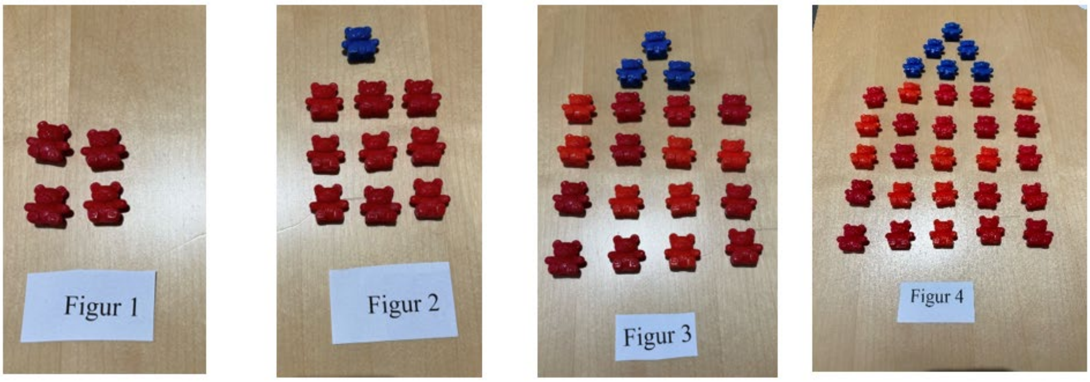


Ved å se på illustrasjonene til elev 1, ser vi at figurene består av kvadrattallene addert med trekanttallene (fra trekanttall nummer 2). For eksempel er antallet bamser i figur 3 lik kvadrattall nummer 3 pluss trekanttall nummer 4, det vil si $9 + 10 = 19$.

Figur 5 vil da bestå av antall bamser tilsvarende kvadrattall nummer 5 addert med trekanttall nummer 6, som betyr $5^2 + \frac{6\cdot(6+1)}{2} = 25 + \frac{42}{2} = 25 + 21 = 46$.

Eksempel 2:

Elev 2



Ved å se på illustrasjonen til elev 2, ser vi at figurene består av kvadrattall og trekanttall. For eksempel består figur 4 av kvadrattall nummer 5 og trekanttall nummer 3. Figur 5 vil da bestå av kvadrattall nummer 6 og trekanttall nummer 4: $6^2 + \frac{4\cdot 5}{2} = 36 + 10 = 46$.

Kandidaten behøver ikke eksplisitt å nevne ordene kvadrattall eller trekanttall.

1 poeng
Kandidaten oppgir riktig antall bamser som kreves for å lage figur 5, men begrunnelsen er unøyaktighet. Et eksempel på en unøyaktighet er manglende forbindelse til en av elevenes illustrasjoner.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun oppgir riktig antall bamser som kreves for å lage figur 5.

Oppgave 9b)
1 poeng
Kandidaten beskriver sammenhengene mellom illustrasjonen og formelen til Elev 1 på en tilfredsstillende måte. Nedenfor er et eksempel.

I det første leddet i formelen tar Elev 1 utgangspunkt i kvadrattallene $1, 4, 9, 16, \ldots$ (de røde bamsene nederst på figurene). Formelen for kvadrattall nummer n er n^2. I det andre leddet representerer de blå bamsene trekanttallene fra nummer 2 og oppover (det vil si $3, 6, 10, 15, \ldots$). Formelen for trekanttall nummer $n + 1$ er $\frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$. Formelen for antall bamser i figur n blir derfor $f(n) = n^2 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Oppgave 9c)
1 poeng
Kandidaten bruker illustrasjonen til elev 2 til å finne en formel for antallet bamser i figur n, og tydeliggjør sammenhengen mellom formelen og illustrasjonen. Nedenfor er et eksempel.

Figurene til elev 2 inneholder en representasjon av kvadrattall som er 1 høyere enn figurnummeret. Det vil si at figur 1 inneholder kvadrattall nummer 2, figur 2 inneholder kvadrattall nummer 3 og så videre. I tillegg inneholder figurene en representasjon av trekanttallene fra og med figur nummer 2. Det vil si at figur 2 inneholder trekanttall nummer 1, figur 3 inneholder trekanttall nummer 2 og så videre. Formelen for antallet bamser i figur n kan uttrykkes slik:

$$f(n) = (n+1)^2 + \frac{(n-1)n}{2} = n^2 + 2n + 1 + \frac{1}{2}(n^2 - n) = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1.$$