NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER- UTDANNINGEN

GLU 1–7

SENSORVEILEDNING

BOKMÅL

Dato: 23.05.24

Eksamenstid: 9:00–13:15
(medregnet 15 minutter til å klargjøre besvarelsen)

Hjelpemiddel: Ingen

Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:

- Eksamen gjennomføres som digital skoleeksamen. Oppgavene besvares i institusjonens egne eksamensverktøy, WISEflow eller Inspera.
- Oppgavene besvares i form av tekst og/eller med tegninger/illustrasjoner.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du skal tegne/illustrere, eller du skal skrive et svar som krever bruk av formler og tegn, kan du velge å gjøre det på papir dersom det er lettere for deg.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du ikke skal begrunne svaret ditt, og du likevel gjør det, vil en feilaktig begrunnelse føre til poengreduksjon.
- Avlegger du eksamen i Inspera, vil arkene du skriver på samles inn og skannes av eksamenskontoret.
- Avlegger du eksamen i WISEflow, må du ta bilder av tegninger/illustrasjoner ved bruk av webkamera. Bildene legger du inn i besvarelsen selv, under riktig oppgave. Du kan også tegne/illustrere direkte i tekstfilen.
- De siste 15 minuttene har du fått for å klargjøre besvarelsen med blant annet kandidatnummer og sjekk av bilder (WISEflow) eller koder på skanneark (Inspera).
- Husk å oppgi kandidatnummeret ditt øverst i besvarelsen.

Antall oppgaver: 8
Antall deloppgaver: 15
Maksimal poengsum: 26
Tabellen viser maksimalt antall poeng per deloppgave.

Poenggrenser
E: 10 poeng
D: 12 poeng
C: 15 poeng
B: 20 poeng
A: 23 poeng

1a	1b	2a	2b	3	4a	4b	5a	5b	6a	6b	7a	7b	8a	8b	Tot.
2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	26

Oppgave 1

Noen elever arbeider med addisjon og oppdager at:

$$5 + 5 = 10 \text{ og } 4 + 6 \text{ blir også } 10$$

$$6 + 6 = 12 \text{ og } 5 + 7 \text{ blir også } 12$$

$$7 + 7 = 14 \text{ og } 6 + 8 \text{ blir også } 14$$

Elevene påstår at dette alltid gjelder.

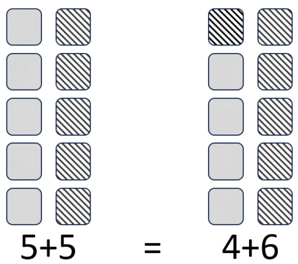
a) Beskriv med ord sammenhengen som elevene oppdaget. Lag en illustrasjon med tilhørende beskrivelse som viser at sammenhengen alltid gjelder.

2 poeng. Kandidaten beskriver sammenhengen $n + n = (n-1) + (n+1)$ tilfredsstillende med ord, og kandidaten lager en illustrasjon med tilhørende beskrivelse som viser at sammenhengen alltid gjelder. Det gis også 2 poeng dersom kandidaten korrekt beskriver og illustrerer den generelle sammenhengen, som $n + n = (n-k) + (n+k)$ eller $n + m = (n-1) + (m+1)$.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1

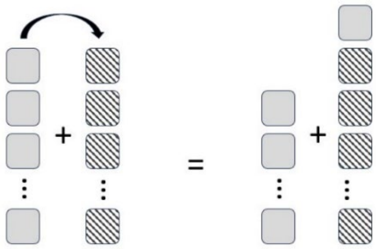
Eleven har oppdaget følgende sammenheng: Et tall addert med seg selv vil alltid gi samme sum som når man adderer tallet som er én mindre og tallet som er én mer. Illustrasjonen nedenfor forklarer hvorfor $5 + 5$ og $4 + 6$ gir samme sum:



Tilsvarende illustrasjon kan man lage til alle andre summer av to like naturlige tall.

Eksempel 2

Et tall addert med seg selv vil alltid gi samme sum som når man adderer tallet som er én mindre og tallet som er én mer. Her er en illustrasjon som viser sammenhengen:



1 poeng. Kandidaten beskriver enten sammenhengen tilfredsstillende med ord eller lager en illustrasjon som viser sammenhengen, eller har mindre mangler i begge.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

En elev studerer regnestykkene nedenfor:

$$4 \cdot 4 = 16 \text{ og } 3 \cdot 5 = 15$$

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ og } 4 \cdot 6 = 24$$

$$6 \cdot 6 = 36 \text{ og } 5 \cdot 7 = 35$$

Eleven sier: «Fordi $10 \cdot 10 = 100$, så må $9 \cdot 11 = 99$»

b) Beskriv med ord sammenhengen for multiplikasjon som eleven oppdaget. Bruk symbolsk algebra til å vise at sammenhengen gjelder generelt.

2 poeng. Kandidaten beskriver både sammenhengen tilfredsstillende med ord og bruker symbolsk algebra for å vise at $(n-1) \cdot (n+1) = n^2 - 1$. Det gis også 2 poeng dersom kandidaten korrekt beskriver og bruker symbolsk algebra til å vise den generelle sammenhengen $(n-k) \cdot (n+k) = n^2 - k^2$.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> Produktet av et tall multiplisert med seg selv vil alltid være én mer enn produktet av tallet som er én mindre og tallet som er én mer.
>
> $n \cdot n = n^2$ mens $(n-1) \cdot (n+1) = n^2 - n + n - 1 = n^2 - 1$

1 poeng. Kandidaten beskriver enten sammenhengen tilfredsstillende med ord eller bruker symbolsk algebra for å vise at det gjelder generelt, eller har mindre mangler i begge.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

Oppgave 2

Gitt følgende oppgave:

Petter og to kompiser har sommerjobb. Den eldste av de tre har 25 kr høyere timelønn enn Petter. Den yngste av de tre har 35 kr lavere timelønn enn Petter. Til sammen har de tre kompisene 440 kr i timelønn. Bestem timelønnen til hver av de tre kompisene.

En elev løser oppgaven ved å ta utgangspunkt i følgende likning:

$$x + 25 - 35 = 440$$

a) Begrunn først hvorfor likningen ikke kan brukes til å løse oppgaven. Begrunnelsen skal skrives slik at den kunne vært gitt til eleven. Sett deretter opp en korrekt likning og begrunn hvorfor den er riktig.

2 poeng. Kandidaten gir en begrunnelse, som kunne vært gitt til eleven, for hvorfor likningen ikke kan brukes til å løse oppgaven. Kandidaten setter også opp en variant av den korrekte likningen $3x - 10 = 440$ og begrunner hvorfor denne er riktig basert på opplysningene i oppgaven.

Eksempel på fullgod besvarelse:

Elevens likning tar utgangspunkt i Petters timelønn, som er x i likningen. Deretter er differansene fra Petters timelønn til de to andres timelønn, 25 og 35, satt inn i likningen. Siden likningen skal modellere summen 440 av alle de tre timelønnene, er det noe galt. Det er ikke hele timelønnen til de to andre kompisene som er lagt til og trukket fra, kun differansene. En korrekt likning vil være $x + (x + 25) + (x - 35) = 440$, der x er timelønnen til Petter, $x + 25$ er timelønnen til den eldste kompisen, og $x - 35$ er timelønnen til den yngste kompisen.

1 poeng. Kandidaten gir *enten* en begrunnelse, der kandidaten begrunner hvorfor likningen ikke kan brukes til å løse oppgaven, *eller* kandidaten setter opp en variant av den korrekte likningen $3x - 10 = 440$ og begrunner denne basert på opplysningene i oppgaven. Alternativt gjør kandidaten begge deler, men besvarelsen har mindre mangler. Eksempel på mindre mangel kan være at kandidaten gjør begge deler korrekt, men i tillegg velger å løse likningen og gjør det feil. Alternativt at kandidaten gjør begge deler, men begrunnelsen er lite egnet for elever.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:

En korrekt likning vil være $x + (x + 25) + (x - 35) = 440$, der x er timelønnen til Petter, $x + 25$ er timelønnen til den eldste kompisen, og $x - 35$ er timelønnen til den yngste kompisen. Dette er ikke samme likning som eleven har satt opp. Derfor kan ikke elevens likning brukes til å løse oppgaven.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

Eksempel på besvarelse som gir 0 poeng:

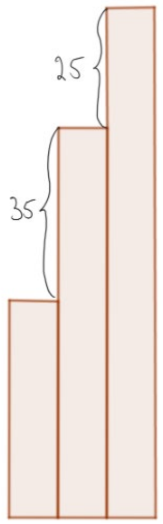
Riktig likning er $x + (x + 25) + (x - 35) = 440$. Dette er ikke samme likning som eleven har satt opp. Derfor kan ikke elevens likning brukes til å løse oppgaven.

b) Lag en hensiktsmessig illustrasjon som kan brukes til å løse oppgaven. Vis også hvordan illustrasjonen kan brukes til å løse oppgaven.

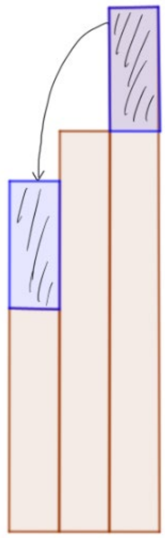
2 poeng. Kandidaten lager en hensiktsmessig illustrasjon som kan brukes til å løse oppgaven og viser hvordan illustrasjonen kan brukes til å løse oppgaven.

Eksempel på fullgod besvarelse:

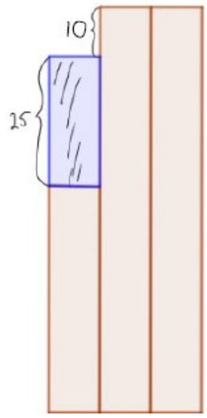
Høydene til de tre søylene representerer timelønnen til den yngste, Petter og den eldste av de tre kompisene.



Summen av de tre søylene er 440 kroner.



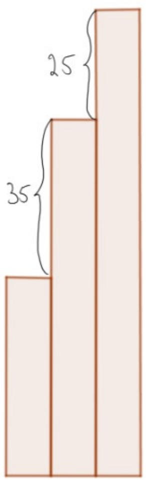
Vi overfører 25 kroner av timelønnen fra den eldste til den yngste.



Hvis vi legger 10 kroner til den sammenlagte timelønnen, vil tre ganger Petter sin timelønn være 450 kroner, så Petters timelønn er 150 kroner i timen. Den eldste tjener 175 kroner i timen, og den yngste tjener 115 kroner i timen.

1 poeng. Kandidaten lager en hensiktsmessig illustrasjon som kan brukes til å løse oppgaven, men besvarelsen har mindre mangler. Eksempel på mindre mangel kan være at kandidaten ikke tilstrekkelig viser hvordan illustrasjonen kan brukes til å løse oppgaven.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:



Høydene til de tre søylene representerer timelønnen til den yngste, Petter og den eldste kompisen. Vi lar x står for timelønnen til Petter. Da ser vi fra figuren at $(x-35)+x+(x+25)=440$. Det gir oss videre at:

$$3x-10=440$$
$$3x-10+10=440+10$$
$$3x=450$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{450}{3}$$
$$x=150$$

Petter tjener 150 kroner i timen, den eldste tjener 175 kroner i timen og den yngste tjener 115 kroner i timen.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng. Det gis for eksempel 0 poeng dersom kandidaten ikke illustrerer, som i eksemplet nedenfor.

Eksempel på besvarelse som gir 0 poeng:

Vi lar x står for lønnen til Petter. Da er $(x-35)+x+(x+25)=440$. Det gir oss videre at:

$$3x-10=440$$

$$3x - 10 + 10 = 440 + 10$$

$$3x = 450$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{450}{3}$$

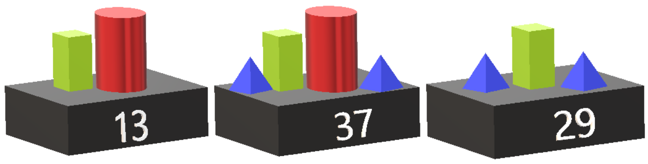
$$x = 150$$

Petter tjener 150 kroner i timen, den eldste tjener 175 kroner i timen og den yngste tjener 115 kroner i timen.

Oppgave 3

Gitt oppgaven nedenfor:

Tre ulike former er stilt opp på tre vekter. Tallene viser totalvekten. Hvor mye veier hver av de tre formene?



En elev resonnerer slik:

«Fra den første vekten og siste vekten ser jeg at to pyramider veier det samme som sylinderen. På vekten i midten kan vi derfor bytte ut de to pyramidene med én sylinder. Én boks og to sylindere veier altså 37, men jeg vet ikke hvordan jeg kommer videre?»

Forklar hva som er galt i elevens resonnement og gi deretter en korrekt løsning av oppgaven.

2 poeng. Kandidaten forklarer hva ved elevenes resonnement som er galt, og gir en korrekt løsning av oppgaven. Det er ikke tilstrekkelig å forklare hva som er galt i elevens resonnement kun med å si at resonnementet inneholder en feil.

Eksempel på fullgod besvarelse:

Eleven ser ut til å tenke at de tre vektene viser samme vekt. Det er derfor ikke riktig at to pyramider veier det samme som én sylinder. Oppgaven kan løses slik: Forskjellen på de to første vektene er to pyramider, som må veie $37 - 13 = 24$, så hver pyramide veier $24 : 2 = 12$. På siste vekt står to pyramider og en boks, så boksen veier da $29 - 24 = 5$. Fra første vekt ser vi at sylinderen veier $13 - 5 = 8$.

1 poeng. Kandidaten forklarer enten hva ved elevens resonnement som er galt, eller gir en korrekt løsning av oppgaven, alternativt har kandidaten mindre mangler i begge. Det er ikke tilstrekkelig å forklare hva som er galt i elevens resonnement kun med å si at resonnementet inneholder en feil.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:

Eleven tenker at de tre vektene viser samme vekt, men det gjør de ikke. Derfor får ikke eleven korrekt svar. Oppgaven kan løses med likningssettet: $x + y = 13$, $x + y + 2z = 37$, $y + 2z = 29$, der x er vekten til en grønn boks, y er vekten til en rød sylinder, og z er vekten til en blå pyramide.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng. Det gis for eksempel 0 poeng dersom kandidaten ikke ser at elevens resonnement er galt, men tolker det som ufullstendig og prøver å fortsette elevens resonnement for å løse oppgaven. Dersom kandidaten kun forklarer hva som er galt i elevens resonnement med å si at resonnementet inneholder en feil, gis det 0 poeng slik som i eksemplet nedenfor.

Eksempel på besvarelse som gir 0 poeng:

> Eleven tenker at de tre vektene viser samme vekt, men det gjør de ikke. Derfor får ikke eleven korrekt svar.

Oppgave 4

To elever studerer tallfølgen: $99,\ 199,\ 299,\ 399,\ \boxed{},\ \ldots$

Hver elev lager en generell formel og bruker formelen til å bestemme at det femte tallet i tallfølgen er 499. Elevene fant riktig svar på forskjellige måter:

> Elev 1:
> Det er nesten hundre og nesten to hundre og nesten tre hundre, bare én i fra hver gang, så formelen blir $100 \cdot n - 1$ og det femte tallet kan vi regne ut sånn:
>
> $$100 \cdot 5 - 1 = 500 - 1 = 499$$
>
> Elev 2:
> Jeg starter på 99 og plusser bare på 100 hver gang. Det er $99,\ 199,\ 299$, osv. Så formelen blir $99 + 100 \cdot (n-1)$. Da blir det femte tallet:
>
> $$99 + 100 \cdot (5-1) = 99 + 100 \cdot 4 = 499$$

a) Vis at formlene elev 1 og elev 2 kommer frem til, er ekvivalente. Begrunn om beskrivelsen til hver av elevene uttrykker en rekursiv eller eksplisitt sammenheng.

2 poeng. Kandidaten viser at begge elevenes eksplisitte formler er ekvivalente. I tillegg begrunner kandidaten at elev 1 sin beskrivelse uttrykker en eksplisitt sammenheng, og at elev 2 sin beskrivelse uttrykker en rekursiv sammenheng. Kandidaten trenger ikke bruke begrepene rekursiv eller eksplisitt sammenheng, så lenge forskjellen mellom elevens beskrivelser kommer frem.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> Elev 1 sin formel kan skrives: $100 \cdot n - 1 = 100n - 1$
> Elev 2 sin formel kan skrives: $99 + 100 \cdot (n-1) = 99 + 100n - 100 = 100n - 1$
> Vi har derfor $100n - 1 = 100n - 1$, med andre ord, elevenes formler er ekvivalente.
>
> Elev 1 fokuserer på tallene i tallfølgen og beskriver tallene i tallfølgen som én mindre enn en hel hundrer, som uttrykker en eksplisitt sammenheng. Elev 2 beskriver at tallfølgen starter med 99 og øker med 100 hver gang, og fokuserer derfor på økningen fra ett ledd til det neste i tallfølgen, som uttrykker en rekursiv sammenheng.

1 poeng. Kandidaten viser at begge elevenes eksplisitte formler er ekvivalente, men gir en mangelfull begrunnelse for at beskrivelsene til hver av elevene uttrykker en eksplisitt og rekursiv sammenheng. Alternativt gir kandidaten en fullgod begrunnelse for at beskrivelsene til hver av elevene uttrykker en eksplisitt og rekursiv sammenheng, uten å vise at begge elevenes eksplisitte formler er ekvivalente.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:

Elev 1 og elev 2 sine formler er ekvivalente fordi elev 2 sin formel kan skrives om på formen som elev 1 sin formel: $99 + 100 \cdot (n - 1) = 99 + 100n - 100 = 100n - 1$
Elev 1 uttrykker en eksplisitt sammenheng og elev 2 uttrykker en rekursiv sammenheng.

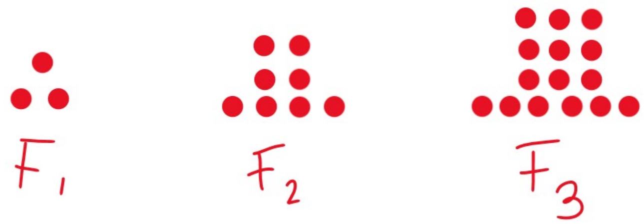
0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

En annen tallfølge er definert av den eksplisitte formelen $F_n = n^2 + 2n$, der $n = 1, 2, 3, \ldots$

b) Tegn det første, andre og tredje leddet i tallfølgen som figurer F_1, F_2 og F_3. Figurene du tegner skal få fram en mønsterutvikling. Beskriv mønsterutviklingen med ord.

2 poeng. Kandidaten tegner tre figurer som svarer til verdien til leddet i tallfølgen, får frem et mønster og gir en korrekt beskrivelse av mønsterutviklingen.

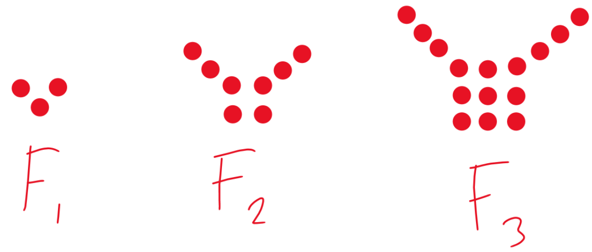
Eksempel på fullgod besvarelse:



Figuren utvikler seg fra figur 1 til figur 2 ved at den nederste linja i figuren øker med to prikker hver gang: 2 i figur 1, 4 i figur 2 og 6 i figur 3. Kvadratet på toppen utvikler seg fra 1×1 i figur 1, 2×2 i figur 2, og kvadrattallet er det samme som figurnummeret så i figur 3 blir det 3×3.

1 poeng. Kandidaten tegner tre figurer som får frem en mønsterutvikling, men beskrivelsen med ord er mangelfull. Alternativt gjør kandidaten begge deler, men med mindre mangler.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:



Vi ser at figurene stemmer med formelen. Figur 1 har 3 prikker, figur 2 har 8 prikker og figur 3 har 15 prikker.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng. Det gis 0 poeng dersom kandidaten tegner tre figurer uten å få frem en mønsterutvikling.

Oppgave 5

a) Forenkle uttrykket $\frac{2(ab-b)}{2b}$ så mye som mulig. Vis fremgangsmåten din.

1 poeng. Kandidaten forenkler uttrykket så mye som mulig og viser fremgangsmåten.

Eksempel på fullgod besvarelse:

$$\frac{2(ab-b)}{2b}=\frac{ab-b}{b}=\frac{(a-1)b}{b}=a-1$$

En elev løser oppgave a) på følgende måte, der linjene i elevbesvarelsen er nummerert:

$$\frac{2(ab-b)}{2b} \qquad (1)$$

$$= \frac{2ab-b}{2b} \qquad (2)$$

$$= \frac{2ab-\cancel{b}}{2\cancel{b}} \qquad (3)$$

$$= \frac{\cancel{2}ab}{\cancel{2}} \qquad (4)$$

$$= \underline{\underline{ab}} \qquad (5)$$

b) Beskriv feilen eller feilene eleven gjør. Vis hvor feilen eller feilene gjøres.

1 poeng. Kandidaten beskriver feilene eleven gjør, og kandidaten tydeliggjør hvor i besvarelsen feilene gjøres.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1

Eleven bruker den distributive loven feil fra linje 1 til linje 2 og forkorter feil i linje 3.

Eksempel 2

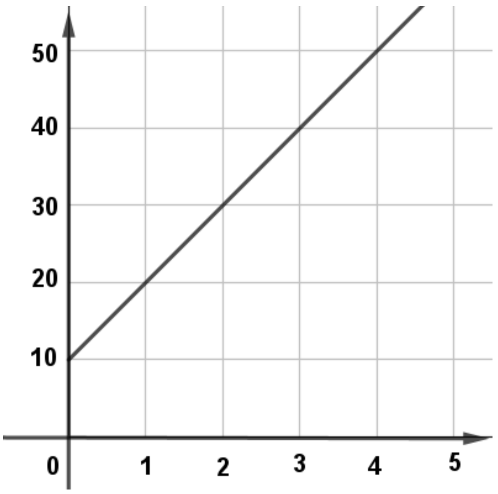
Eleven har multiplisert ut parentesen feil, det ser vi i linje 2. I tillegg har eleven forkortet feil i linje 3 og har som følge av dette mistet et ledd i telleren i linje 4.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 poeng. Det gis 0 poeng om kandidaten ikke tydeliggjør hvor i besvarelsen feilene gjøres, eller hevder at noe som er riktig, er feil.

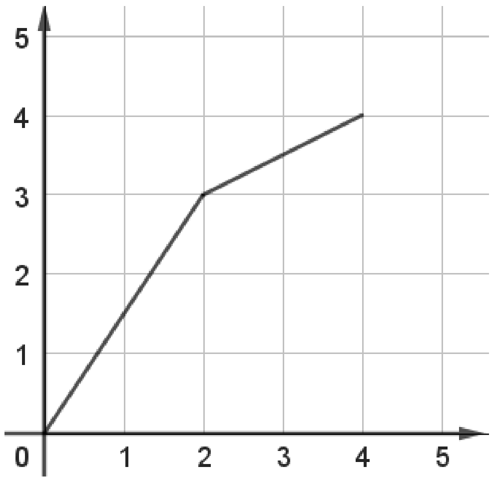
Oppgave 6

a) Vurder og begrunn om hver av de fire grafene under kan tolkes som grafen til en funksjon.

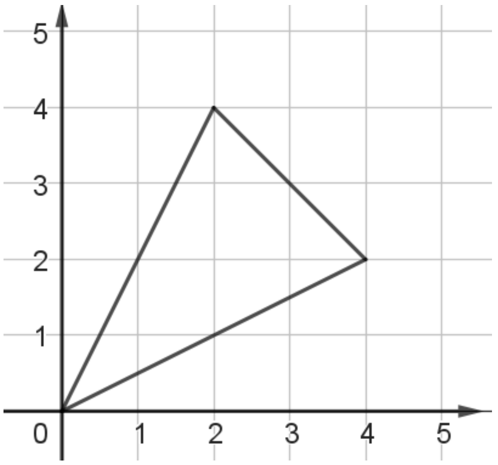
Graf 1



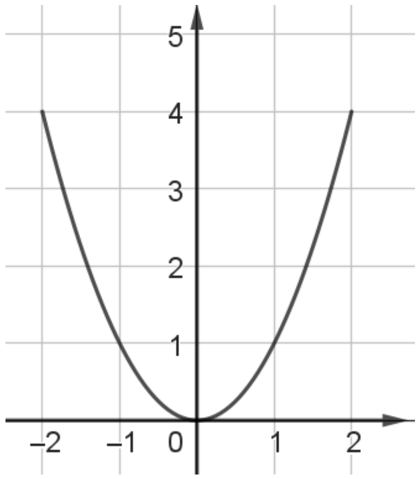
Graf 2



Graf 3



Graf 4



2 poeng. Kandidaten vurderer alle fire grafene og begrunner at grafene 1, 2 og 4 kan tolkes som grafen til en funksjon, og at graf 3 ikke kan tolkes som grafen til en funksjon.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> En funksjon gir bare én y-verdi for hver x-verdi vi setter inn. I grafene 1, 2 og 4 gir hver x-verdi bare én y-verdi. I graf 3 har flere punkter samme x-koordinat, for eksempel punktene $(2,1)$ og $(2,4)$. Graf 3 kan derfor ikke tolkes som grafen til en funksjon.

1 poeng. Kandidaten vurderer og begrunner tre av de fire grafene korrekt.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

b) Beskriv en situasjon som graf 1 kan representere. Angi benevning på aksene som passer til situasjonen du beskriver.

2 poeng. Kandidaten beskriver en situasjon som graf 1 kan representere. I tillegg angir kandidaten benevning på aksene som passer til situasjonen som beskrives.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> En mann tar taxi til jobben. Starttaksten er 10 kroner, og han betaler 10 kroner for hver kilometer taxien kjører. Benevningen på x-aksen er kilometer, og benevningen på y-aksen er kroner.

1 poeng. Kandidaten beskriver en situasjon som graf 1 kan representere, men benevningen på aksene mangler eller passer ikke til situasjonen som beskrives.

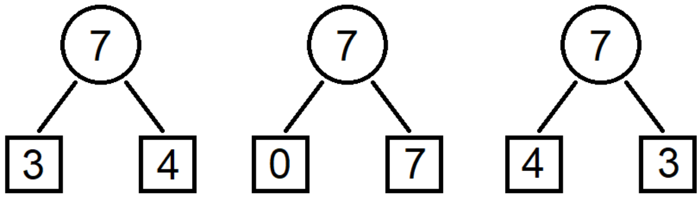
Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:

> En mann tar taxi til jobben. Graf 1 kan vise hvor mye det koster avhengig av hvor langt han kjører.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

Oppgave 7

«Tallvenner» er ordnede par av ikke negative heltall, som har samme sum. Nedenfor er tre «sjuervenner» illustrert. Tallene i firkantene kan være fra 0 til det gitte tallet, som her er 7. Merk fra illustrasjonen nedenfor at for eksempel «3 og 4» og «4 og 3» regnes som ulike vennepar.



En elev på småtrinnet sier: «Jeg vet hvor mange sjuervenner det er totalt. Det er én mer enn tallet, så det må være 8. For åttervenner må det være 9, for niervenner må det være 10, for tiervenner må det være 11 tallvenner. Sånn er det alltid»

a) Har eleven rett i at antallet tallvenner for et gitt tall alltid er én mer enn tallet? Begrunn svaret ditt ved å forklare hvorfor eller hvorfor ikke.

2 poeng. Kandidaten oppgir at eleven har rett og begrunner svaret ved å forklare hvorfor.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1

Eleven har rett i at antallet tallvenner alltid er én mer enn tallet selv: Lar tallet være n. Alle tall fra 0 opp til n har hver sin tallvenn. Til sammen blir dette $n + 1$ tallvenner, siden det er $n + 1$ tall fra 0 opp til n.

Eksempel 2

Eleven har rett i at antallet tallvenner er én mer enn tallet selv:

0 og 7
1 og 6
2 og 5
3 og 4
4 og 3
5 og 2
6 og 1
7 og 0

Altså én for hvert tall 0 til 7 blir åtte tallvenner. Fordi vi teller fra 0 opp til det gitte tallet (som her er 7), vil antallet tallvenner for det gitte tallet, alltid bli én mer enn det gitte tallet.

1 poeng. Kandidaten oppgir at eleven har rett. Begrunnelsen bygger på en korrekt idé, men er mangelfull.

Eksempel på besvarelse som gir 1 poeng:

Det er rett fordi vi også tar med 0, og da blir antallet tallpar én mer enn det gitte tallet.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

b) Beskriv hvordan det å avgjøre antallet tallvenner for et gitt tall, kan innebære algebraisk tenkning for elever.

1 poeng. Kandidaten tar utgangspunkt i den konkrete konteksten med å avgjøre antallet tallvenner til et gitt tall, og knytter disse til relevante aspekter ved algebraisk tenking. Eksempler på relevante aspekter kan være utforsking av generelle strukturer, mønstre og relasjoner, beskrivelser av disse ved hjelp av ord og symboler eller tilhørende resonnering og argumentasjon.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> Når elever leter etter antallet tallvenner, kan elevene oppdage mønstre i måten tallvennene settes sammen på. Da oppdager de også hvor mange det blir ut fra hvilket tall de startet med. De kan oppdage sammenhenger som gjelder for addisjon, som at summen blir lik om du øker det ene leddet med 1 og minker det andre leddet med 1. Ved å jobbe med dette, kan de også øve seg på å bruke variabler, som de kan gjøre når de skal snakke om et vilkårlig tall.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 poeng. Det gis for eksempel 0 poeng dersom kandidaten ikke knytter besvarelsen til den gitte konteksten med tallvenner.

Eksempel på besvarelse som gir 0 poeng:

> Algebraisk tenking er viktig og handler om mønstre og systemer. Det handler om å kunne jobbe med ukjente tall og bruke bokstaver i stedet for tall.

Oppgave 8

Noen elever på 2. trinn jobber med dobling og halvering.

En elev påstår: «Hvis du dobler et tall og deretter halverer det du har fått, får du alltid tallet du startet med»

a) Bruk algebra til å avgjøre om påstanden er korrekt eller ikke.

1 poeng. Kandidaten bruker algebra til å avgjøre at påstanden er korrekt.

Eksempel på fullgod besvarelse:

> Hvis vi starter med x, får vi $\frac{2x}{2} = x$, så påstanden er korrekt.

0 poeng. Kandidaten avgjør ikke om påstanden er korrekt og/eller bruker ikke algebra til å vise at påstanden er korrekt. For eksempel avgjør kandidaten at påstanden er korrekt kun ved å vise at den er gyldig for noen utvalgte tall.

Gitt følgende kontekst:

Elever på 2. trinn spiller om klinkekuler. Eva starter med en pose med et ukjent antall klinkekuler. • Etter første runde har hun doblet antallet klinkekuler • I andre runde vinner hun fire klinkekuler til • Etter tredje runde har hun tapt halvparten av klinkekulene hun hadde etter andre runde • I fjerde og siste runde taper hun tre klinkekuler

b) Skriv om ett av de tre første kulepunktene slik at du endrer konteksten til at Eva starter første runde og avslutter fjerde runde med samme antall klinkekuler. Vis også at endringen av kulepunktet faktisk medfører at Eva starter og slutter med samme antallet klinkekuler.

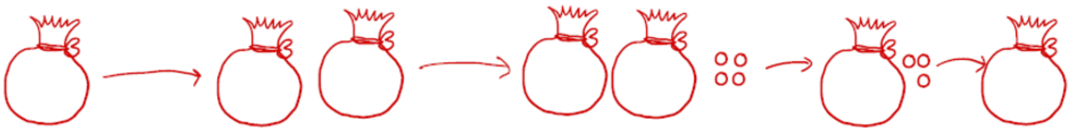
2 poeng. Kandidaten endrer ett av de tre første kulepunktene korrekt. I tillegg viser kandidaten at endringen medfører at Eva starter og slutter med samme antall klinkekuler, for eksempel ved å bruke symbolsk algebra, generisk eksempel eller illustrasjon.

For eksempel kan:

Første kulepunkt endres til:	Etter første runde har hun to mer enn dobbelt så mange klinkekuler som hun startet med
Eller andre kulepunkt endres til:	I andre runde vinner hun seks klinkekuler til
Eller tredje kulepunkt endres til:	I tredje runde taper hun én mer klinkekule enn antallet klinkekuler hun startet første runde med

Eksempel på fullgod besvarelse:

Jeg endrer tredje kulepunkt til: «I tredje runde taper hun én mer klinkekule enn antallet klinkekule hun startet første runde med».
Illustrasjonen viser at det medfører at hun starter og avslutter med samme antallet klinkekuler:



1 poeng. Kandidaten endrer ett av de tre første kulepunktene korrekt, men viser ikke hvordan endringen medfører at Eva starter og avslutter med samme antallet klinkekuler. Alternativt gjør kandidaten begge deler, men besvarelsen har mindre mangler. Mindre mangler kan være at kandidaten formulerer endringen noe upresist og/eller at kandidaten ikke viser tilstrekkelig at endringen medfører at Eva starter og slutter med samme antallet klinkekuler.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng. Hvis kandidaten endrer fjerde kulepunkt til at Eva taper to i stedet for tre klinkekuler, og viser at endringen medfører at hun starter og avslutter med samme antall klinkekuler, gis det 0 poeng.