# NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER-UTDANNINGEN

# GLU 5–10

**BOKMÅL**

**Dato**: 27.11.24

**Eksamenstid**: 9:00–13:15 (medregnet 15 ekstra minutter)

**Hjelpemiddel**: Ingen

**Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:**

- Eksamen gjennomføres som en skriftlig skoleeksamen. Oppgavene besvares i institusjonens eget eksamensverktøy, Inspera eller WISEflow.
- Oppgavene besvares i form av tekst og/eller med tegninger/illustrasjoner.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du skal tegne/illustrere, eller du skal skrive et svar som krever bruk av formler og tegn, kan du velge å gjøre det på papir dersom det er lettere for deg. Du kan også tegne/illustrere direkte i tekstfilen.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du ikke skal begrunne svaret ditt, og du likevel gjør det, vil en feilaktig begrunnelse føre til poengreduksjon.
- Avlegger du eksamen i Inspera, vil arkene du eventuelt skriver på samles inn og skannes av eksamenskontoret etter at du har levert.
- Avlegger du eksamen i WISEflow, tar du bilder av eventuelle tegninger/illustrasjoner ved bruk av webkamera. Bildene legger du inn i besvarelsen selv, under riktig oppgave.
- De 15 ekstra minuttene har du fått for å klargjøre besvarelsen med blant annet sjekk av bilder (WISEflow) eller koder på skanneark (Inspera). Hvordan du disponerer den totale tiden, er likevel opp til deg.
- Husk å oppgi kandidatnummeret ditt øverst i besvarelsen (WISEflow).

**Antall oppgaver:** 12
**Antall deloppgaver:** 23
**Maksimal poengsum:** 29
Tabellen viser maksimalt poeng pr. deloppgave.

| 1 | | 2 | 3 | | 4 | | | 5 | | | 6 | | 7 | | 8 | 9 | | 10 | 11 | | 12 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | b) | | a) | b) | a) | b) | c) | a) | b) | c) | a) | b) | a) | b) | | a) | b) | | a) | b) | a) | b) |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |

**Oppgave 1**

Følgende oppgave ble gitt på 8. trinn:

| |
|---|
| Et kg mel koster $m$ kroner, og et kg poteter koster $p$ kroner. Mathilde kjøper 3 kg mel og 3 kg poteter.<br>Hvilke(t) uttrykk beskriver hvor mye Mathilde må betale?<br>(i) $3m \cdot 3p$<br>(ii) $3(m+p)$<br>(iii) $3 \cdot m + 3 \cdot p$<br>(iv) $3 \cdot m \cdot p$ |

Fire elever svarte på oppgaven:

Elev 1: (i) er riktig fordi vi kan gange sammen det hun betaler for mel med det som betales for poteter.

Elev 2: (ii) er riktig fordi når hun kjøper like mange kg mel som poteter kan man bare legge sammen prisen før man ganger med vekten.

Elev 3: Både (ii) og (iii) er riktig. Man kan regne ut prisen på mel og poteter hver for seg og så legge sammen slik det er gjort i (iii). Uttrykket i (ii) har samme verdi som i (iii) og er derfor også riktig.

Elev 4: (iv) er riktig fordi man ganger sammen antallet kg med kiloprisen for mel og kiloprisen for poteter.

a) Hvilken elev har svart riktig? Begrunn svaret ditt.

Nina kjøper 4 kg mel og 6 kg poteter.

b) Lag et algebraisk uttrykk med tilhørende forklaring som beskriver hvor mye Nina må betale. Definer variablene.

**Oppgave 2**

Gitt følgende uttrykk:

i) $1 + \frac{ab}{a}$

ii) $\frac{a+ab}{a}$

iii) $\frac{ab+b}{b}$

iv) $\frac{a}{a} + b$

Vis algebraisk hvilke uttrykk i)–iv) som er likeverdige.

## Oppgave 3

Gitt følgende tre ligningssett:

| **Ligningssett 1** | **Ligningssett 2** | **Ligningssett 3** |
|---|---|---|
| $2x + y = 3$ | $2x + y = 3$ | $2x + y = 3$ |
| $5x + y = 6$ | $4x + 2y = 6$ | $2x + y = 6$ |

a) Avgjør hvilket ligningssett som har én løsning, hvilket som ikke har løsning og hvilket som har uendelig mange løsninger. Du skal ikke begrunne svarene dine.

Ligningssett 4 har ikke løsning:

**Ligningssett 4**

$y = 3x - 5$

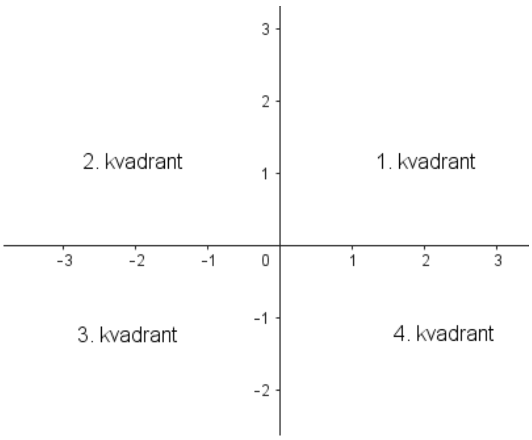
$y = 3x + 10$

b) Bytt ut én av koeffisientene i Ligningssett 4 slik at ligningssettet har én løsning. Løs det nye ligningssettet.

## Oppgave 4

Avgjør for hver påstand a)–c) om den er riktig eller feil. Begrunn svarene dine ved å lage eksempler tilpasset elever på 10. trinn.

a) Grafen til en lineær funksjon går alltid gjennom første, tredje og fjerde kvadrant i koordinatsystemet.




b) Når $x > 1$ er $x^2 > x$.

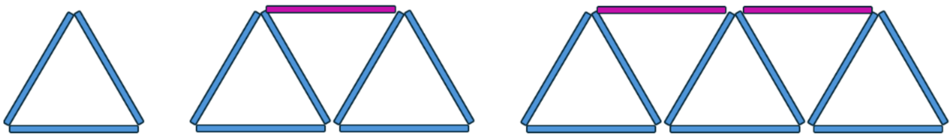
c) Ulikheten $0{,}5x + 4 > 1$ har ingen løsning når $x < -4$.

**Oppgave 5**

Et av kompetansemålene etter 8. trinn er at eleven skal kunne «beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk». Følgende oppgave ble gitt på 8. trinn:

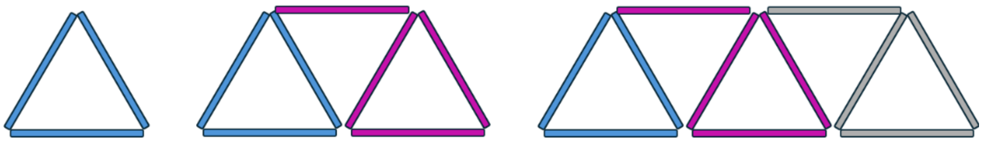
Figurene nedenfor er laget av pinner av ulike farger, og er satt sammen på to alternative måter.

**Alternativ 1**



Figur 1 Figur 2 Figur 3

**Alternativ 2**



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ta utgangspunkt i fargene på pinnene. Beskriv med egne ord hvordan mønsteret utvikler seg fra en figur til den neste i hvert av alternativene.

a) Løs elevoppgaven.
b) Vis hvordan du for hvert alternativ kommer frem til en eksplisitt formel for antallet pinner i Figur $n$, der $n$ er figurnummeret. Tydeliggjør sammenhengen mellom figurene og formlene.
c) Du har 150 pinner. Hvilket figurnummer er det største du kan lage? Vis fremgangsmåten.

**Oppgave 6**

Følgende oppgave ble gitt på 9. trinn:

Tenk på et positivt heltall, multipliser tallet med 4 og legg til 10. Del det du nå har på 2 og trekk deretter fra 5. Hvilket tall har du nå?

a) Gjennomfør oppgaven for to ulike tall. Vis utregningene.
b) Ta utgangspunkt i elevoppgaven. Tenk på et positivt heltall $n$ og vis algebraisk sammenhengen mellom tallet du tenker på og tallet du får til slutt.

## Oppgave 7

Et av kompetansemålene etter 5. trinn er at eleven skal kunne «løse ligninger og ulikheter gjennom logiske resonnementer og forklare hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning».

a) Beskriv hvordan elever på 5. trinn kan løse ligningen $4x + 2 = 10$ gjennom et logisk resonnement.

b) Gi eksempel på en elevforklaring som tilfredsstiller delkompetansemålet «forklare hva det vil si at et tall er en løsning på en ligning».

## Oppgave 8

Følgende ligninger ble gitt på 10. trinn:

i) $x^2 + 3x = 0$
ii) $x^2 + 2x = 8$

En elev løste ligningene slik:

i) $x^2 + 3x = 0$
$x(x+3) = 0$
$\underline{x = 0 \text{ eller } x = -3}$

ii) $x^2 + 2x = 8$
$x(x+2) = 8$
$\underline{x = 8 \text{ eller } x = 6}$

Løste eleven ligningene riktig? Begrunn svaret ditt.

## Oppgave 9

a) Du har ulikheten $x^2 + 3 > x + 3$. Avgjør for hver påstand i)–v) om den er riktig eller feil. Du skal ikke begrunne svarene dine.

i) Ulikheten er sann for alle $x$.
ii) Ulikheten er sann for alle $x$, bortsett fra når $x = 1$.
iii) Ulikheten er sann for $x > 1$.
iv) Ulikheten er sann for $x \geq 1$.
v) Ulikheten er sann for $x < 0$.

b) Lag en ulikhet som er sann for alle $x$, bortsett fra når $x = 0$.

## Oppgave 10

En elev løste en algebraisk ulikhet på tavlen slik: $\frac{x-2}{x} < 1$

$$x - 2 < x$$

$$-2 < 0$$

$$0 < 2$$

Elevens konklusjon er at siden $0 < 2$ alltid er sant, så vil $\frac{x-2}{x} < 1$ være sann for alle *x*-verdier. Læreren ber klassen vurdere elevens konklusjon, og klassen er enig i at den er feil. Avgjør hvilken påstand i)–iv) som best forklarer hva som er problematisk med elevens løsning og konklusjon. Du skal ikke begrunne svaret ditt.

i) Det er riktig at 2 alltid er større enn 0, men vi kan ikke si hva *x* er da den ble eliminert i utregningen.

ii) Vi ser at telleren alltid vil være to mindre enn nevneren, og dermed vil brøken alltid være mindre enn 1 for alle $x$. Vi må imidlertid kreve at nevneren $x \neq 0$.

iii) I utgangspunktet vet vi ikke verdien på $x$. Når vi multipliserer med $x$ på denne måten, må vi anta at $x > 0$.

iv) Det er bedre først å forenkle uttrykket på venstre siden av ulikheten til $1 - \frac{2}{x}$, for deretter å trekke fra 1 på begge sider og så legge til $\frac{2}{x}$ på begge sider. Da får vi $0 < \frac{2}{x}$, som er sant for alle $x > 0$.

## Oppgave 11

a) Forenkle uttrykket $\frac{4xy + 3y}{2y}$ så mye som mulig. Vis fremgangsmåten din.

En lærer ba en elev løse oppgaven i a). Nedenfor ser du utregningsmetoden til eleven, der linjene i utregningen er nummererte.

$$\frac{4xy + 3y}{2y} \qquad (1)$$

$$\frac{2x \cdot 2y + 3y}{2y} \qquad (2)$$

$$\frac{\cancel{2y}(2x + y)}{\cancel{2y}} \qquad (3)$$

$$2x + y \qquad (4)$$

$$2xy \qquad (5)$$

b) Beskriv eventuelle feil som eleven gjør. Vis hvor eventuelle feil gjøres.

**Oppgave 12**

Et av kompetansemålene etter 10. trinn er at eleven skal kunne «utforske og sammenligne egenskaper ved ulike funksjoner ved å bruke digitale verktøy».

a) Lag en oppgave om lineære funksjoner som passer til kompetansemålet. Oppgaven skal kreve at elevene bruker et dynamisk geometriprogram til å utforske en egenskap ved funksjonen. Begrunn hvorfor oppgaven din er utforskende.
b) Beskriv kort noen positive sider ved å bruke digitale læremidler i matematikk i grunnskolen.