# NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRERUTDANNINGEN

# GLU 5–10

# SENSORVEILEDNING

**BOKMÅL**

**Dato**: 27.11.24

**Eksamenstid**: 9:00–13:15 (medregnet 15 ekstra minutter)

**Hjelpemiddel**: Ingen

**Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:**

- Eksamen gjennomføres som en skriftlig skoleeksamen. Oppgavene besvares i institusjonens eget eksamensverktøy, Inspera eller WISEflow.
- Oppgavene besvares i form av tekst og/eller med tegninger/illustrasjoner.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du skal tegne/illustrere, eller du skal skrive et svar som krever bruk av formler og tegn, kan du velge å gjøre det på papir dersom det er lettere for deg. Du kan også tegne/illustrere direkte i tekstfilen.
- Hvis det står i oppgaveteksten at du ikke skal begrunne svaret ditt, og du likevel gjør det, vil en feilaktig begrunnelse føre til poengreduksjon.
- Avlegger du eksamen i Inspera, vil arkene du eventuelt skriver på samles inn og skannes av eksamenskontoret etter at du har levert.
- Avlegger du eksamen i WISEflow, tar du bilder av eventuelle tegninger/illustrasjoner ved bruk av webkamera. Bildene legger du inn i besvarelsen selv, under riktig oppgave.
- De 15 ekstra minuttene har du fått for å klargjøre besvarelsen med blant annet sjekk av bilder (WISEflow) eller koder på skanneark (Inspera). Hvordan du disponerer den totale tiden, er likevel opp til deg.
- Husk å oppgi kandidatnummeret ditt øverst i besvarelsen (WISEflow).

Poenggrenser:

E: 12 poeng
D: 14 poeng
C: 17 poeng
B: 22 poeng
A: 26 poeng

**Antall oppgaver:** 12
**Antall deloppgaver:** 23
**Maksimal poengsum:** 29
Tabellen viser maksimalt poeng pr. deloppgave.

| 1 | | 2 | 3 | | 4 | | | 5 | | | 6 | | 7 | | 8 | 9 | | 10 | 11 | | 12 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | b) | | a) | b) | a) | b) | c) | a) | b) | c) | a) | b) | a) | b) | | a) | b) | | a) | b) | a) | b) |
| 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |

**Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU 5–10, høst 24**

Maksimal poengsum er 29. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 3, 2, 1 eller 0.

**Oppgave 1a)**
**2 poeng**

Kandidaten begrunner tilfredsstillende at elev 3 svarte riktig. Nedenfor er et eksempel:

Elev 3 svarer riktig fordi han identifiserer de to riktige uttrykkene. Uttrykk (iii): Når man skal kjøpe to varer kan man finne ut hva som må betales for hver enkelt vare og så legge sammen beløpene. Uttrykk (ii) er også riktig da det er en faktorisering av uttrykk (iii).

**1 poeng**
Kandidaten svarer at elev 3 har svart riktig, men begrunnelsen mangler eller inneholder enkelte mangler. Det gis 1 poeng også om kandidaten svarer at elev 2 og 3 svarer riktig.

**Oppgave 1b)**
**2 poeng**
Kandidaten lager riktig algebraisk uttrykk med tilhørende tilfredsstillende forklaring og definisjon av variablene. Nedenfor er et eksempel:

Vi lar $m$ stå for kiloprisen til mel og $p$ stå for kiloprisen til poteter. Når hun kjøper 4 kg mel, må hun betale $4 \cdot m$ kroner. Når hun kjøper 6 kg poteter, må hun betale $6 \cdot p$ kroner. Til sammen må Nina betale $4m + 6p$ kroner.

Det gis 2 poeng selv om variablene ikke er eksplisitt definert, gitt at det av sammenhengen tydelig fremgår hva de representerer.

**1 poeng**
Kandidaten lager riktig algebraisk uttrykk med tilfredsstillende forklaring, men definerer ikke variablene. Det gis 1 poeng også om kandidaten lager riktig algebraisk uttrykk og definerer variablene, men mangler tilhørende forklaring.

**Oppgave 2**
**2 poeng**

Kandidaten viser algebraisk at i), ii) og iv) er likeverdige. Nedenfor er et eksempel:

i) $1 + \frac{ab}{a} = 1 + b$

ii) $\frac{a+ab}{a} = \frac{a(1+b)}{a} = 1 + b$

iii) $\frac{ab+b}{b} = \frac{b(a+1)}{b} = a + 1$

iv) $\frac{a}{a} + b = 1 + b$

Vi ser at i), ii) og iv) er likeverdige uttrykk.

Kandidaten trenger ikke vise at iii) ikke er likeverdig med de andre for å få 2 poeng.

**1 poeng**
Kandidaten viser algebraisk at to av i), ii) og iv) er likeverdige, eller identifiserer de tre likeverdige uttrykkene uten å vise det algebraisk.

**Oppgave 3a)**
**1 poeng**

Kandidaten svarer at Ligningssett 1 har én løsning, at Ligningssett 2 har uendelig mange løsninger, og at Ligningssett 3 ikke har løsning.

**Oppgave 3b)**
**1 poeng**

Kandidatene bytter ut én av koeffisientene slik at de to ligningene ikke lenger representerer to parallelle linjer og løser ligningssettet. Nedenfor er et eksempel:

$$y = 3x - 5$$
$$y = 2x + 10$$

Koeffisienten til *x* i den andre ligningen er endret til 2. Det gjør at ligningen kan løses slik:

$$3x - 5 = 2x + 10$$
$$3x - 2x = 10 + 5$$
$$x = 15$$

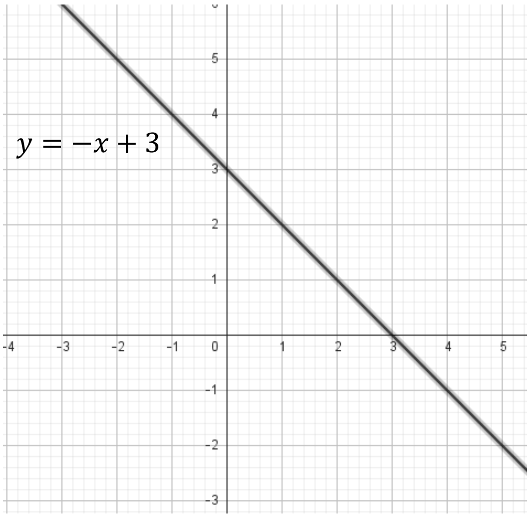
$$y = 3 \cdot 15 - 5 = 40$$

Løsningen på det nye ligningssettet er $(x, y) = (15,40)$.

**Oppgave 4a)**
**1 poeng**

Kandidaten svarer at påstanden er feil, og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage et eksempel tilpasset elever på 10. trinn. Nedenfor er et eksempel:

Påstanden er feil. Et eksempel er grafen til funksjonen $y = -x + 3$, som går bare gjennom første, andre og fjerde kvadrant. Se illustrasjonen nedenfor.




**Oppgave 4b)**
**1 poeng**

Kandidaten svarer at påstanden er riktig, og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage et eksempel tilpasset elever på 10. trinn. Nedenfor er et eksempel:

Påstanden er riktig. Alle tall større enn 1, som multipliseres med seg selv, gir et større tall enn det opprinnelige tallet. For eksempel er $2^2 = 4\ (> 2)$ og $3^2 = 9\ (> 3)$.

**Oppgave 4c)**
**1 poeng**

Kandidaten svarer at påstanden er feil, og begrunner svaret tilfredsstillende ved å lage et eksempel tilpasset elever på 10. trinn. Nedenfor er et eksempel:

Påstanden er feil. Et eksempel er å velge $x = -5$ . Da blir venstre side $0{,}5 \cdot (-5) + 4 = 1{,}5$ som er større enn 1.

**Oppgave 5a)**
**1 poeng**

Kandidaten løser elevoppgaven riktig. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1:

Alternativ 1: Mønsteret er at antallet blå pinner øker med tre og at antallet rosa pinner øker med én fra en figur til den neste.
Alternativ 2: Mønsteret er at antallet pinner øker med fire pinner i en ny farge fra en figur til den neste.

Eksempel 2:

Alternativ 1:
3 blå pinner
3 + 3 blå pinner + 1 rosa
3 + 3 + 3 blå pinner + 2 rosa
Mønsteret er at det øker med tre blå pinner og en rosa pinne.

Alternativ 2:
3 blå pinner
3 blå pinner + 4 rosa pinner
3 blå + 4 rosa pinner + 4 grå pinner
Mønsteret er at det øker med fire pinner i en annen farge.

**Oppgave 5b)**
**2 poeng**

Kandidaten bruker hvert alternativ til å vise hvordan en kommer fram til eksplisitte formler for antallet pinner, og kandidaten tydeliggjør sammenhengen mellom figurene og formlene. Nedenfor er et eksempel:

I alternativ 1 ser jeg at det øker med en trekant (3 blå pinner) og en rosa pinne for hver ny figur. Det er like mange trekanter som figurnummeret. Dette gir $3n$ blå pinner. I tillegg er antallet rosa pinner én mindre enn figurnummeret. Dette gir $n - 1$ rosa pinner. Ser jeg på alle delene i illustrasjonen, består figur $n$ av $3n + n - 1 = 4n - 1$ pinner.

I alternativ 2 ser jeg at det alltid er 3 blå pinner som er fast i hver figur. I tillegg øker det med 4 pinner i en ny farge for hver figur. Om jeg ser på sammenhengen mellom de 4 pinnene og figurnummeret, er antallet disse 4 pinnene er lagt til alltid én mindre enn figurnummeret. Dette gir meg 4 ganger én mindre enn figurnummeret. Ser jeg på alle delene i illustrasjonen, får jeg da: $3 + 4(n - 1) = 3 + 4n - 4 = 4n - 1$.

Det gis 2 poeng selv om kandidaten oppgir de eksplisitte formlene uten $F_n$ og likhetstegn. Det gis 2 poeng selv om de eksplisitte formlene er like, så lenge kandidaten tydeliggjør sammenhengen mellom formlene og figurene.

**1 poeng**
Kandidaten bruker hvert alternativ til å vise hvordan en kommer fram til eksplisitte formler for antallet pinner, men tydeliggjør ikke sammenhengen mellom figurene og formlene tilfredsstillende. Det gis ett poeng også dersom kandidaten kommer fram til eksplisitt formel for antallet pinner, og tydeliggjør sammenhengen mellom figurene og formlene for bare ett av alternativene.

**Oppgave 5c)**
**1 poeng**

Kandidaten viser tilfredsstillende hvilket figurnummer som er det største en kan lage.
Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1:

Utgangspunktet er at det starter med 3 pinner og så adderes det på 4 pinner for hver ny figur. Når jeg har 150 pinner, kan jeg se det opp mot fire-gangen. Jeg vet at $30 \cdot 4 = 120$. Om jeg deretter adderer til de tre som var i den første figuren så vil figur nummer 31 ha 123 pinner. Da står jeg igjen med $150 - 123 = 27$ pinner. Jeg ser at $6 \cdot 4 = 24$. Det er da 3 pinner igjen som ikke er nok til å lage en ny figur.

Svar: $31 + 6 = 37$. Det største figurnummeret som kan lages med 150 pinner er 37.

Eksempel 2:

$$4n - 1 = 150$$

$$4n = 150 + 1$$

$$4n = 151$$

$$n = 37{,}75$$

37 er det største figurnummeret som kan lages av 150 pinner.

For å få 1 poeng må fremgangsmåten komme tydelig frem.

**Oppgave 6a)**
**1 poeng**

Kandidaten viser utregninger og gjennomfører elevoppgaven korrekt for to ulike tall.
Nedenfor er et eksempel:

$$5 \rightarrow 4 \cdot 5 = 20 \rightarrow 20 + 10 = 30 \rightarrow \frac{30}{2} = 15 \rightarrow 15 - 5 = 10$$

$$10 \rightarrow 4 \cdot 10 = 40 \rightarrow 40 + 10 = 50 \rightarrow \frac{50}{2} = 25 \rightarrow 25 - 5 = 20$$

**Oppgave 6b)**
**1 poeng**

Kandidaten viser algebraisk sammenhengen mellom tallet en tenker på og tallet en får til slutt.
Nedenfor er et eksempel:

$$n \rightarrow 4n \rightarrow 4n + 10 \rightarrow \frac{4n+10}{2} = 2n + 5 \rightarrow 2n + 5 - 5 = 2n$$

Det tallet du får er dobbelt så stort som tallet du tenkte på.

**Oppgave 7a)**
**1 poeng**

Kandidaten beskriver tilfredsstillende hvordan elever på 5. trinn kan løse ligningen gjennom et logisk resonnement. Nedenfor er et eksempel:

Jeg vil beskrive hvordan elever kan løse ligningen $4x + 2 = 10$ ved hjelp av et logisk resonnement. Eleven kan «holde over» $4x$ og tenke at det han holder over må være det samme som 8, siden venstre side skal være like mye som høyre side av likhetstegnet. Det betyr at $4x = 8$. Eleven kan videre holde over $x$'en i $4x$ og tenke at det han holder over må være 2, siden 4 ganger 2 er det samme som 8. Løsningen på ligningen er derfor 2.

Det gis 1 poeng også dersom kandidaten beskriver tilfredsstillende hvordan elever på 5. trinn kan løse ligningen ved hjelp av for eksempel «gjett og sjekk» eller en mer formell metode for ligningsløsning.

**Oppgave 7b)**
**1 poeng**

Kandidaten gir et eksempel på en elevforklaring som tilfredsstiller delkompetansemålet. Nedenfor er et eksempel:

Et tall er løsning på en ligning dersom det er like mye på hver side av likhetstegnet, når vi setter inn tallet.

**Oppgave 8**
**1 poeng**

Kandidaten oppgir at eleven har løst i) riktig og ii) feil og begrunner svaret tilfredsstillende. Nedenfor er et eksempel:

Ligning i) er løst riktig. Eleven har faktorisert venstre side på riktig måte. Eleven bruker produktregelen riktig til å konkludere med at en av faktorene, $x$ eller $x + 3$, da må være lik 0. (Produktregelen sier at $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ eller $b = 0$).

Ligning ii) er løst feil. Eleven har også her faktorisert venstre side. Da høyre side er forskjellig fra 0, kan ikke produktregelen brukes på ligningen $x(x + 2) = 8$.

**Oppgave 9a)**
**2 poeng**

Kandidaten avgjør at påstandene iii) og v) er riktige, og at påstandene i), ii) og iv) er feil.

**1 poeng**
Det gis 1 poeng hvis kandidaten svarer feil for én påstand.

**Oppgave 9b)**
**1 poeng**

Kandidaten lager en ulikhet som oppfyller kravet. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1: $x^2 > 0$

Eksempel 2: $x^2 + 1 > 1$

**Oppgave 10**
**1 poeng**

Kandidaten svarer at påstand iii) best forklarer hva som er problematisk med elevens løsning og konklusjon.

Det er ikke krav om begrunnelse, men alternativ iii) er best fordi det får frem at når vi multipliserer med *x* så må vi anta at $x \neq 0$. Samtidig, siden vi ikke snur ulikhetstegnet, må vi også anta at *x* er positiv, dvs. $x > 0$.

Påstand i) tar utgangspunkt i elevens svar, men nevner ikke at når vi multipliserer en ulikhet med *x* uten å snu ulikhetstegnet så må vi anta $x > 0$, dvs. konklusjonen er feil.

Påstand ii) tar ikke stilling til det eleven har skrevet på tavlen og er ingen forklaring på hva som er problematisk med elevens forklaring.

Påstand iv) tar ikke stillingen til det eleven har skrevet på tavlen og er ingen forklaring på hva som er problematisk på elevens forklaring.

**Oppgave 11a)**
**1 poeng**

Kandidaten forenkler uttrykket så mye som mulig. Nedenfor er to eksempler:

Eksempel 1: $\frac{4xy\,+\,3y}{2y} = \frac{y(4x+3)}{2y} = \frac{4x+3}{2}$

Eksempel 2: $\frac{4xy\,+\,3y}{2y} = \frac{2y\left(2x+\frac{3}{2}\right)}{2y} = 2x + \frac{3}{2}$

**Oppgave 11b)**
**1 poeng**

Kandidaten beskriver de to feilene eleven gjør, og viser hvor i besvarelsen feilene gjøres. Nedenfor er det et eksempel:

Eleven gjør feil fra linje 2 til linje 3, når han faktoriserer telleren $2x \cdot 2y + 3y$ til $2y(2x + y)$. Eleven gjør også feil fra linje 4 til linje 5, når han trekker sammen $2x + y$ til $2xy$.

**Oppgave 12a)**
**2 poeng**

Kandidaten lager en oppgave om lineære funksjoner som passer til kompetansemålet, der elevene bruker et dynamisk geometriprogram til å utforske en egenskap ved funksjonen. Kandidaten begrunner at oppgaven er utforskende. Nedenfor er et eksempel:

Oppgave
Ta utgangspunkt i funksjonen $y = ax + 5$. Bruk GeoGebra og sett inn ulike positive tallverdier for $a$, eventuelt sett inn en glider for $a$, og utforsk hva det gjør med grafen til funksjonen.

Oppgaven er utforskende fordi de ulike positive verdiene for $a$ vil resultere i grafer med ulik stigning, og elevene vil oppdage at en egenskap ved lineære funksjoner er at grafen blir brattere når stigningstallet øker.

**1 poeng**
Kandidaten lager en oppgave om lineære funksjoner som passer til kompetansemålet, der elevene bruker et dynamisk geometriprogram til å utforske en egenskap ved funksjonen. Kandidaten begrunner ikke at oppgaven er utforskende.

**Oppgave 12b)**
**1 poeng**

Kandidaten beskriver tilfredsstillende og kort mer enn én positiv side ved å bruke digitale læremidler i læring og undervisning av matematikk i grunnskolen. Nedenfor er et eksempel:

Ved å bruke digitale læremidler kan vi øke elevenes engasjement og læring i matematikk gjennom dynamiske visualiseringer og interaktive oppgaver som er tilpasset elevenes nivå. I tillegg kan digitale læremiddel bidra til variasjon i matematikkundervisningen. Digitale læremidler legger til rette for utforskning, eksperimentering, og at elevene selv aktivt oppdager matematiske sammenhenger.