NASJONAL DELEKSAMEN I
MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER- UTDANNINGEN 1–7

SENSORVEILEDNING

BOKMÅL

Dato: 30.11.2022

Eksamenstid: 09:00–13:15 (medregnet 15 minutter til å klargjøre besvarelsen)

Hjelpemiddel: Ingen.

Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:

- Eksamen gjennomføres som en digital skoleeksamen. Oppgavene besvares i institusjonens egne eksamensverktøy, WISEflow eller Inspera.
- Oppgavene besvares i form av tekst og/eller med tegninger/illustrasjoner. Hvis det står i oppgaveteksten at du skal tegne/illustrere, eller du skal skrive et svar som krever bruk av formler og tegn, kan du velge å gjøre det på papir dersom det er lettere for deg.
  - Avlegger du eksamen i Inspera, vil arkene du skriver på samles inn og skannes av eksamenskontoret.
  - Avlegger du eksamen i WISEflow, må du ta bilder av tegningene/illustrasjonene ved bruk av webkamera. Bildene legger du inn i besvarelsen selv, under riktig oppgave. Du kan også tegne/illustrere direkte i tekstfilen.
- De siste 15 minuttene har du fått for å klargjøre besvarelsen med blant annet kandidatnummer og sjekk av bilder (WISEflow) eller koder på skanneark (Inspera).
- Husk å oppgi **kandidatnummeret** ditt øverst i besvarelsen.

Antall oppgaver: 9

Antall deloppgaver: 17

Maksimal poengsum: 25

Tabellen viser maksimalt antall poeng pr. deloppgave.

Oppgave	1a	1b	1c	2	3a	3b	4a	4b	5a	5b	6	7a	7b	7c	8	9a	9b
Poeng	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1

Oppgave 1

En lærer ba noen elever om å løse følgende likhet:

$$\boxed{41 + 9 = \_\_ + 10}$$

a) Gi et eksempel på hvordan en elev som forstår likhetstegnet *som en relasjon* kan løse likheten og beskriv hvorfor eleven svarer slik.

1 poeng. Kandidaten gir et eksempel på hvordan en elev som forstår likhetstegnet som en relasjon kan løse likheten og beskriver hvorfor.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

En elev kan svare 40. Siden $41 + 9$ blir 50, må den tomme plassen tilsvare tallet som gir 50 når vi legger til 10, altså 40. Eleven forstår likhetstegnet som en relasjon og tenker at summen på høyre side og summen på venstre side av likhetstegnet må være like.

Eksempel 2:

En elev som forstår likhetstegnet som en relasjon kan svare 40. Siden 10 er én større enn 9, må tallet på den tomme plassen tilsvarer én mindre enn 41 for at summen på hver side av likhetstegnet skal være lik, altså 40.

Det er ikke nødvendig å beskrive generelt hva det betyr å tolke likhetstegnet som en relasjon for å oppnå 1 poeng.

0 poeng. Kandidaten gir et eksempel på et elevsvar der eleven ikke forstår likhetstegnet som en relasjon. Eller kandidaten gir korrekt svar 40, uten å beskrive hvorfor en elev som forstår likhetstegnet som en relasjon kan svare dette. Begrunnelsen «fordi det er korrekt svar» er ikke tilstrekkelig.

b) Gi et eksempel på hvordan en elev som forstår likhetstegnet *som en operasjon* kan løse likheten og beskriv hvorfor eleven svarer slik.

1 poeng. Kandidaten gir et eksempel på hvordan en elev som forstår likhetstegnet som en operasjon (matematisk operator, «regn ut»-tegn), kan løse likheten og beskriver hvorfor.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

En elev som forstår likhetstegnet som en operasjon, kan svare at det skal stå 50 på den tomme plassen, fordi $41 + 9 = 50$. Eleven svarer slik fordi han forstår likhetstegnet som et «regn ut»-tegn.

Eksempel 2:

En elev som forstår likhetstegnet som en operasjon, kan legge sammen alle tallene og svare at det skal stå 60 på den tomme plassen, fordi $41 + 9 = 50 + 10 = 60$.

Det er ikke nødvendig å beskrive generelt hva det betyr å tolke likhetstegnet som en operasjon, for å oppnå 1 poeng.

0 poeng. Kandidaten gir et eksempel på elevsvar der eleven ikke forstår likhetstegnet som en operasjon. Eller kandidaten gir et svar som stemmer overens med å forstå likhetstegnet som en operasjon, men uten å beskrive hvorfor eleven svarer slik.

Som lærer ønsker du at elever skal oppdage følgende sammenheng:

Hvis $a + b = c$, så er $a = c - b$

c) Lag en oppgave for elever på småtrinnet og begrunn hvordan arbeid med oppgaven kan eksemplifisere sammenhengen.

2 poeng. Kandidaten lager en oppgave for elever på småtrinnet og begrunner hvordan arbeid med oppgaven kan eksemplifisere sammenhengen (hvis $a + b = c$,så er $a = c - b$).

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Oppgave: Simen og Eirik er ute i skogen og samler til sammen ni kongler. Eirik har samlet fem kongler. Hvor mange har Simen samlet?

Arbeid med oppgaven kan eksemplifisere sammenhengen fordi: I oppgaven er b og c kjente tall, og $a + b = c$. Elevene kan for eksempel bruke tallinjen til å bestemme a. Elevene kan starte på 9 på tallinjen, som tilsvarer c, bestemme a ved å hoppe 5 tilbake, og dermed bestemme at Simen samlet 4 kongler, det vil si at $a = c - b$.

Eksempel 2:

Oppgave: Før middagen spiste jeg noen sjokoladebiter, etter middagen spiste jeg tre til. Til sammen spiste jeg fem sjokoladebiter. Hvor mange sjokoladebiter spiste jeg før middagen?

Arbeid med oppgaven kan eksemplifisere sammenhengen fordi: Elevene kan bestemme svaret ved å bruke konkreter. De kan starte med 5 brikker, som symboliserer totalt antall sjokoladebiter, og deretter dele mengden i to slik at den passer med oppgaven. Da kan elevene oppdage at $2 + 3 = 5$ tilsvarer $2 = 5 - 3$.

1 poeng. Kandidaten lager en oppgave for elever på småtrinnet der arbeid med oppgaven kan eksemplifisere sammenhengen. Derimot er begrunnelsen for hvordan arbeid med oppgaven eksemplifiserer sammenhengen, mangelfull.

0 poeng. Kandidaten lager en oppgave der enten arbeid med oppgaven ikke er egnet for å eksemplifisere sammenhengen, eller oppgaven ikke egner seg for elever på småtrinnet. Et eksempel kan være at kandidaten gir en oppgave der a og b er kjent og så skal de finne c.

Oppgave 2

Lag et algebraisk uttrykk med to ulike variabler og en kontekst som passer til uttrykket. Angi hva variablene og uttrykket står for i denne konteksten.

2 poeng. Kandidaten lager et algebraisk uttrykk med to ulike variabler. Det algebraiske uttrykket er knyttet til en passende kontekst. Det er angitt hva variablene og uttrykket står for i konteksten.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Algebraisk uttrykk med to variabler: $20x + 25y$. I en butikk koster gulrøtter 20 kroner pr. kilogram, og poteter koster 25 kroner pr. kilogram. Uttrykket $20x + 25y$ gir oss hvor mye vi må betale dersom vi kjøper x kilogram gulrøtter og y kilogram poteter.

1 poeng. Kandidaten lager et algebraisk uttrykk med to ulike variabler. Det algebraiske uttrykket er knyttet til en passende kontekst, men variablene er delvis eller ikke angitt. Det gis også ett poeng dersom kandidaten lager et algebraisk uttrykk med to ulike variabler som er presist angitt, men der det ikke er spesifisert hva uttrykket totalt sett står for.

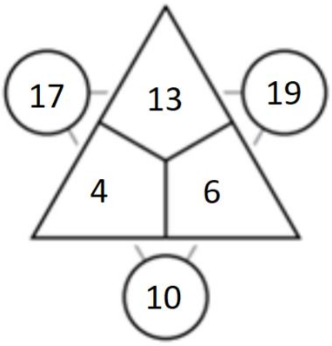
0 poeng. Kandidaten lager et algebraisk uttrykk med to ulike variabler uten å angi variabler eller uttrykk, konteksten mangler eller er ikke tilpasset uttrykket.

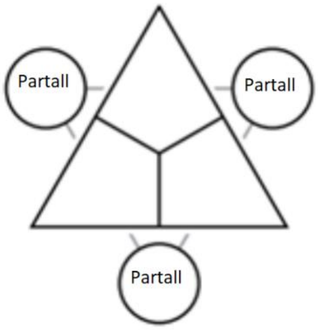
Et eksempel på en besvarelse som gir 0 poeng:

> Algebraisk uttrykk med to variabler: $20x + 25y$. Du kjøper 20 gulrøtter og 25 poteter. $20x + 25y$ gir hvor mange gulrøtter og poteter du kjøpte til sammen.

Oppgave 3

I en regnetrekant er tallene i sirklene summen av de tilstøtende tallene i trekanten. I eksemplet nedenfor er $17 = 13 + 4$, $19 = 13 + 6$ og $10 = 4 + 6$.





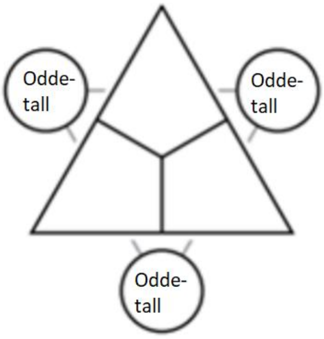
a) Uten å vise til konkrete talleksempler, begrunn hvilke mulige kombinasjoner av par- og oddetall inni trekanten som medfører at tallene i sirklene samtidig blir partall.

1 poeng. Kandidaten svarer at de tre tallene inni trekanten må enten alle være oddetall eller alle være partall og begrunner dette.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

De tre tallene inni trekanten må enten alle være oddetall eller alle være partall siden summen av to oddetall alltid er et partall og summen av to partall alltid er et partall. Dersom et av tallene i trekanten er oddetall og et er partall, så vil summen av dem være oddetall, så vi kan ikke ha både partall og oddetall samtidig i trekanten når alle summene skal bli partall.

0 poeng. Kandidaten viser kun til konkrete talleksempler. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten kun oppgir ett av tilfellene nevnt for full uttelling eller begrunnelsen mangler.



b) Begrunn hvorfor man aldri kan få oddetall i alle sirklene samtidig.

1 poeng. Kandidaten begrunner hvorfor vi aldri kan få oddetall i alle sirklene samtidig. Kandidatens argument må være fullstendig, det vil si at argumentet må dekke alle mulige tilfeller.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Hvis det øverste tallet i trekanten er et oddetall, så må de to nederste tallene i trekanten være partall for at de to sirklene på sidene skal være oddetall. Dermed blir tallet i sirkelen under trekanten et partall, siden tallet er summen av to partall. Tilsvarende hvis det øverste tallet i trekanten er et partall, så må de to nederste tallene i trekanten være oddetall for at de to sirklene på sidene skal være oddetall. Dermed blir tallet i sirkelen under trekanten et partall, siden tallet er summen av to oddetall.

0 poeng. Kandidaten gir kun konkrete talleksempler, men det fremkommer ikke tydelig at dette gjelder generelt og ikke bare for de valgte tallene. Det gis også 0 poeng dersom argumentet ikke er fullstendig, det vil si ikke er skrevet slik at det dekker alle mulige tilfeller.

Oppgave 4

a) Lag en situasjonsbeskrivelse til funksjonsuttrykket $f(x) = 0{,}5x - 1$. Formuler en oppgave der elever må tolke skjæringspunktet mellom $f(x)$ og x-aksen i lys av situasjonen du valgte.

2 poeng. Kandidaten lager en situasjonsbeskrivelse til det gitte funksjonsuttrykket og formulerer en oppgave der elever må tolke skjæringspunktet $(2{,}0)$ i lys av valgt situasjonsbeskrivelse. Det kreves ikke at kandidaten oppgir koordinatene til skjæringspunktet.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Situasjonsbeskrivelse: I et skur er temperaturen -1°C ved midnatt og den øker deretter med en halv grad per time.
>
> Oppgave: Hvor mange timer etter midnatt har gått når temperaturen er 0 grader?

Alternativ formulering for full uttelling kan også være en oppgave hvor $f(2)$ etterspørres: hvor høy er temperaturen i skuret etter to timer?

1 poeng. Kandidaten lager en situasjonsbeskrivelse, men formulerer en oppgave som ikke tilfredsstiller kriteriene på 2 poeng.

Et eksempel på en oppgave som er løsrevet fra en situasjonsbeskrivelse kan være «Hva betyr det når $x = 2$?».

0 poeng. Kandidaten lager ikke en situasjonsbeskrivelse som passer til det gitte funksjonsuttrykket.

b) Forklar hvorfor vi kun trenger å se på konstantleddet til en lineær funksjon for å bestemme skjæring mellom grafen til funksjonen og y-aksen.

1 poeng. Kandidaten gir en forklaring på hvorfor vi kun trenger å undersøke b i $y = ax + b$ for å finne skjæring mellom grafen og y-aksen. Det må fremgå av forklaringen at ax-leddet settes lik null som en konsekvens av skjæringen.

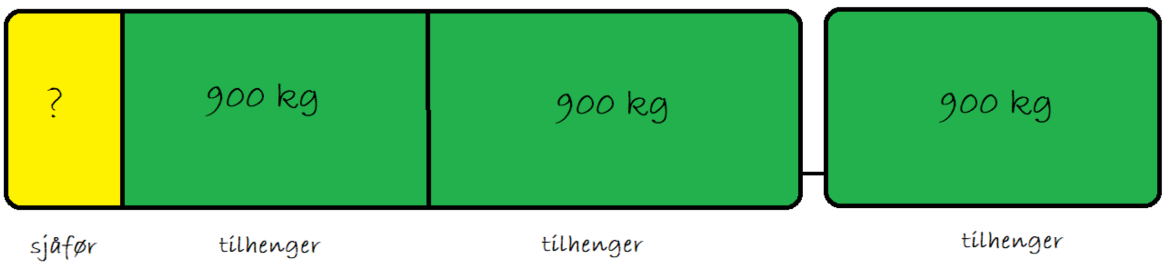
0 poeng. Kandidaten gir en mangelfull forklaring der det ikke fremgår av forklaringen at ax-leddet settes lik null som en konsekvens av skjæringen. For eksempel tegner kandidaten en graf med tilhørende funksjonsuttrykk og påpeker at b-verdien til funksjonsuttrykket er lik y-verdien i skjæringspunktet.

Oppgave 5

Elever på mellomtrinnet skal løse oppgaven:

> En bil, sjåfør og tilhenger veier totalt 2900 kg. Bilen veier to ganger vekten av tilhengeren pluss vekten av sjåføren. Tilhengeren veier 900 kg. Hvor mye veier sjåføren?

En elev løste oppgaven slik, men fikk ikke korrekt svar:



$$3 \cdot 900 = 2700$$
$$2900 - 2700 = 200$$

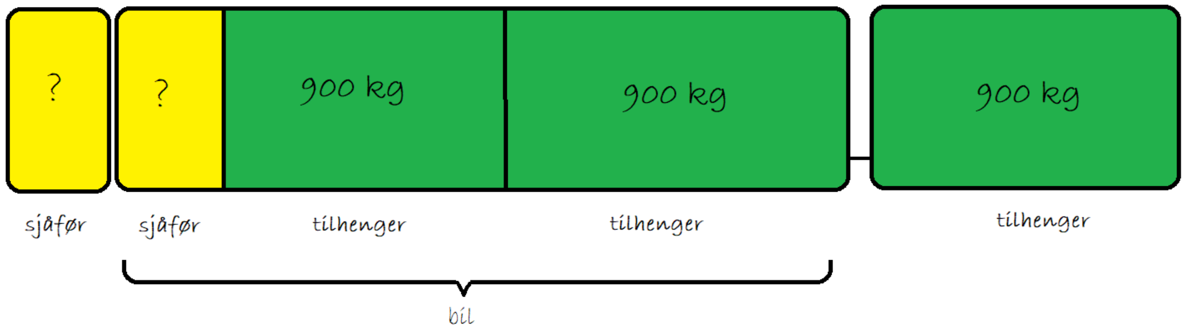
Sjåføren veier 200 kg

a) Tegn og beskriv hvordan elevens tegning kan justeres slik at den passer til opplysningene i oppgaven. Bruk den justerte tegningen til å bestemme korrekt vekt av sjåføren.

2 poeng. Kandidaten utvider tegningen til eksplisitt å inkludere vekten av sjåføren, og ikke bare sjåførens vekt som en del av bilens vekt. Kandidaten bruker deretter tegningen til å bestemme at sjåføren veier $100\ \text{kg}$.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

Eleven har utelatt vekten av sjåføren, for i elevens tegning inngår sjåføren bare som en del av bilens vekt. Derfor vil en korrekt tegning se slik ut:



$$3 \cdot 900 = 2700$$
$$2900 - 2700 = 200$$
$$200 : 2 = 100$$

Sjåføren veier 100 kg.

1 poeng. Kandidaten lager en korrekt tegning, men bestemmer ikke korrekt vekt av sjåføren. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten forklarer feilen i elevens tegning og gir riktig svar, men mangler selv en korrekt tegning.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

b) Løs oppgaven ved bruk av symbolsk algebra. Tydeliggjør hva den/de ukjente representerer.

1 poeng. Kandidaten løser oppgaven med symbolsk algebra og tydeliggjør hva den/de ukjente representerer.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

Vi kaller vekten til sjåføren x og vekten til bilen y. Da vet vi at $x + y + 900 = 2900$, siden den totale vekten av bil, sjåfør og tilhenger til sammen er 2900 kg, og tilhengeren veier 900 kg. Vi vet også at $y = x + 2 \cdot 900$, siden bilen veier sjåførens vekt pluss to ganger tilhengerens vekt.

Da har vi to ligninger med to ukjente, som vi kan løse ved å sette inn den andre likningen i den første:

$$x + (x + 2 \cdot 900) + 900 = 2900$$
$$2x + 3 \cdot 900 = 2900$$
$$2x = 2900 - 2700$$
$$2x = 200$$
$$x = 100$$

Sjåføren veier altså 100 kg.

0 poeng. Kandidaten løser ikke oppgaven med symbolsk algebra og/eller beskrivelsen av hva den/de ukjente representerer er mangelfull. Det gis for eksempel 0 poeng dersom kandidaten definerer «x er sjåføren og y er bilen», også i de tilfeller der kandidaten likevel i endelig svar skriver «vekten av sjåføren er 100 kg».

Oppgave 6

I arbeidet med multiplikasjon sier en elev på 4. trinn:

> «Jeg vet at ni ganger tre er tre mindre enn ti ganger tre, og ni ganger fire er fire mindre enn ti ganger fire, så ni-gangen er lett å huske, for den er bare ett hakk under ti-gangen!».

Beskriv både med ord og algebraiske symboler sammenhengen som eleven uttrykker.

2 poeng. Kandidaten beskriver sammenhengen, både med ord og algebraiske symboler, som eleven uttrykker.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Alle tallene i 9-gangen består av en faktor som er multiplisert med 9. Alle tall i 10-gangen består av en faktor som er multiplisert med 10. Differansen mellom 9 multiplisert med en faktor og 10 multiplisert med *den samme* faktoren, er faktoren selv. Beskrivelse av sammenhengen med algebraiske symboler: $9a = 10a - a$.

Eksempel 2:

9 ganger et tall blir det samme som 10 ganger tallet minus seg selv. Beskrivelse av sammenhengen med algebraiske symboler: $9a = 10a - a$.

Kandidaten må ikke bruke begrepet *faktor* for å oppnå full uttelling. Det må derimot fremgå av kandidatens besvarelse at det er *den samme faktoren* som henholdsvis 9 og 10 multipliseres med. Det vurderes også fullgodt dersom kandidaten for eksempel trekker inn den distributive lov med ord og algebraiske symboler, $(10 - 1)a = 10a - a$, for å beskrive sammenhengen.

1 poeng. Kandidaten beskriver tilstrekkelig enten med ord eller med algebraiske symboler den sammenhengen eleven uttrykker. Alternativt har kandidaten mindre mangler i begge.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

Oppgave 7

Elever undersøker differansen mellom to påfølgende kvadrattall a og b:

a	b	Differanse $(a - b)$
4	1	3
9	4	5
16	9	7
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
81	64	17
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

a) Vis hvordan du kan bruke et mønster i tabellen til å bestemme kvadrattallene a og b når differansen mellom dem er 23.

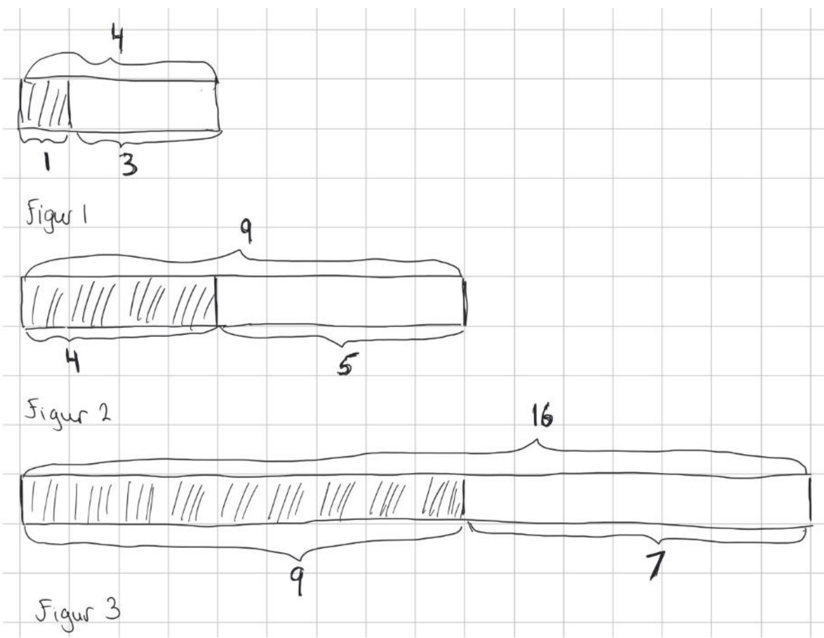
1 poeng. Kandidaten viser ut ifra et mønster i tabellen at $a = 12^2 = 144$ og $b = 11^2 = 121$.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Jeg bruker tabellen over og observerer at differansen øker med 2 for hver rad. Fra 17 teller vi 3 hopp (rader) til 23. Siden $81 = 9^2$ går vi 3 opp fra 9 til 12, så $a = 144$ og $b = 121$.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 poeng.

En elev påstår at differansen mellom to påfølgende kvadrattall alltid er et oddetall. Eleven begrunner påstanden med disse figurene:



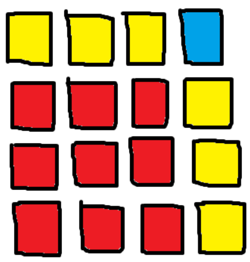
Eleven innser at når kvadrattallene blir enda større, er det uoversiktlig å illustrere på denne måten. Det blir mye å telle!

b) Tegn figur nr. 3 på en annen måte som tydeliggjør at differansen mellom to påfølgende kvadrattall er et oddetall. Beskriv hvordan det kommer frem av figuren.

2 poeng. Kandidaten tegner en figur der det fremkommer, uten å måtte telle, at differansen mellom to påfølgende kvadrattall er et oddetall, og beskriver hvordan det kommer frem av figuren. Det kreves ikke en beskrivelse av hvordan figuren illustrerer påfølgende kvadrattall og differansene mellom dem for å oppnå full uttelling.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

Figur 3

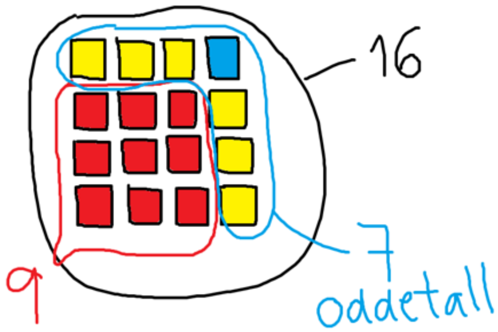


Alle rutene er $4^2 = 16$
De røde rutene er $3^2 = 9$
Differansen er de gule og den blå ruten (de som er med i 16, men ikke i 9)

Vi ser at differansen $16 - 9$ må være et oddetall, fordi den består av to like grupper av ruter (en rad og en kolonne med like mange gule ruter), og én rute ekstra (den blå).

1 poeng. Kandidaten tegner en figur der det fremkommer, uten å måtte telle, at differansen mellom to påfølgende kvadrattall er et oddetall, men med mangelfull beskrivelse for at differansen er et oddetall.

Et eksempel på en slik figur:



0 poeng. Kandidaten tegner en figur der det ikke fremkommer, uten å måtte telle for hver enkelt figur, at differansen mellom to påfølgende kvadrattall er et oddetall. Dersom kandidaten ikke tegner en figur, gis det også null poeng.

c) Bruk symbolsk algebra til å vise at differansen mellom to påfølgende kvadrattall alltid er et oddetall.

1 poeng. Kandidaten bruker symbolsk algebra til å vise at differansen mellom to påfølgende kvadrattall er på formen $2n - 1$ eller $2n + 1$ for et naturlig tall n. Kandidaten trenger ikke å beskrive at tall på denne formen er oddetall. Kandidaten trenger heller ikke å definere at variabelen er et naturlig tall for å oppnå 1 poeng.

Et eksempel på en fullgod besvarelse:

Vi setter $a = n^2$ som det første kvadrattallet, og $b = (n-1)^2$ som det foregående kvadrattallet. Differansen mellom dem er:

$$a - b = n^2 - (n-1)^2 = n^2 - (n^2 - 2n + 1) = 2n - 1$$

Tall på formen $2n - 1$ er oddetall.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 poeng.

Oppgave 8

Du ber en elev om å gjøre følgende:

1. Tenk på et ensifret tall større enn 0.
2. Doble tallet.
3. Legg fem til svaret du fikk.
4. Multipliser svaret med fem.
5. Tenk på enda et ensifret tall og legg det til svaret du fikk i punkt 4.
6. Trekk til slutt fra 13.

Beskriv hvordan du, ut fra elevens svar, *alltid* kan bestemme hvilke to ensifrete tall eleven tenkte på, dersom eleven utførte prosessen ovenfor.

2 poeng. Kandidaten beskriver, for eksempel ved bruk av symbolsk algebra eller et generisk eksempel, hvordan vi alltid kan finne hvilke to ensifrete tall eleven tenkte på.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

La x være det første ensifrete tallet du tenker på og y det andre. Da har vi:

$$(2x + 5)5 + y - 13 = 10x + 25 + y - 13 = 10x + y + 12$$

Hvis vi nå trekker 12 fra elevens svar, vil vi stå igjen med et tosifret tall der sifferet på tierplassen er x og sifferet på enerplassen er y.

Eksempel 2:

Vi ser hva som skjer i de seks stegene om vi velger 7 og 4:

	Hva gjør vi	Holde styr på tallene
1.	Første tall er 7	7
2.	Dobler	$2 \cdot 7$
3.	Legger til 5	$2 \cdot 7 + 5$
4.	Multipliserer med 5	$5 \cdot (2 \cdot 7 + 5)$
5.	Legger til det andre tallet 4	$5 \cdot (2 \cdot 7 + 5) + 4$
6.	Trekker fra 13	$(5 \cdot (2 \cdot 7 + 5) + 4) - 13$

Vi må trekke sammen uttrykket for å si noe om tier- og enerplassen:

$$(5 \cdot (2 \cdot 7 + 5) + 4) - 13 = (10 \cdot 7 + 25) + 4 - 13 = 10 \cdot 7 + 4 + 12$$

Uttrykket er på formen $(10 \cdot 7 + 4) + 12$. Når vi trekker fra 12, får vi 74 med 7 (det første tallet) på tierplass og 4 (det andre tallet) på enerplass. Dette vil gjelde for andre ensifrete tall, siden vi ikke regnet ut stegene underveis. Altså er det slik at hvis vi trekker 12 fra elevens svar, vil vi få et tosifret tall der sifferet på tierplassen er det første tallet eleven valgte og sifferet på enerplassen er det andre tallet eleven valgte.

Det vil også være en fullgod besvarelse dersom kandidaten direkte setter opp: $(5 \cdot (2 \cdot 7 + 5) + 4) - 13 = (10 \cdot 7 + 25) + 4 - 13 = 10 \cdot 7 + 4 + 12$ og inkluderer en liknende forklaring som gitt ovenfor.

1 poeng. Kandidaten gir ett eller flere talleksempler uten at det tydeliggjøres hvorfor vi *alltid* finner de to ensifrete tallene eleven tenkte på.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

Oppgave 9

Algebraisk tenkning innebærer søk etter samvariasjon, generelle strukturer, mønstre og relasjoner, beskrivelse av disse ved bruk av ord og symboler, og resonnering og argumentasjon (UHR, 2018).

Arbeid med følgende oppgave kan innebære bruk av algebraisk tenkning:

I en lommebok ligger det mynter på til sammen 67 kr. Vi vet at det er minst én 1-krone, én 5-kroning, én 10-kroning og én 20-kroning i lommeboka. Hvor mange av hver mynt kan det være?

a) Gi to ulike begrunnelser for hvorfor arbeid med oppgaven over kan innebære algebraisk tenkning.

2 poeng. Kandidaten gir to ulike begrunnelser for at arbeidet med oppgaven kan innebære algebraisk tenkning. En begrunnelse må knytte aspekt(er) ved algebraisk tenkning til konkrete elementer i oppgaven.

1 poeng. Kandidaten gir kun én begrunnelse for hvorfor arbeid med oppgaven kan innebære algebraisk tenkning. En begrunnelse må knytte aspekt(er) ved algebraisk tenkning til konkrete elementer i oppgaven.

0 poeng. Kandidatens besvarelse oppfyller ikke kriteriene for 1 eller 2 poeng.

To eksempler på besvarelser som gir 0 poeng:

Eksempel 1:

Vi vet ikke antall mynter, derfor innebærer oppgaven algebraisk tenking.

Eksempel 2:

Antall mynter er x, derfor innebærer oppgaven algebraisk tenking.

b) Formuler en tilleggsopplysning til den gitte oppgaven, som uten å avsløre løsningen direkte, begrenser antallet muligheter til kun én løsning. Oppgi denne løsningen.

1 poeng. Kandidaten formulerer en tilleggsopplysning til oppgaven, som uten å avsløre løsningen direkte, begrenser antallet muligheter til kun én løsning. Kandidaten oppgir løsningen. Det kreves ikke at kandidaten begrunner hvorfor tilleggsopplysningen begrenser til kun én løsning.

To eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Tilleggsopplysning: Vi får opplyst at det er åtte mynter i lommeboka.

Løsning: $1 \cdot\ 20\ \mathrm{kr}, 4 \cdot\ 10\ \mathrm{kr}, 1 \cdot\ 5\ \mathrm{kr}, 2 \cdot\ 1\ \mathrm{kr}$

Eksempel 2:

Tilleggsopplysning: Det er samme antall 20-kroninger, 10-kroninger og 5-kroninger i lommeboka.

Løsning: $1 \cdot\ 20\ \mathrm{kr}, 1 \cdot\ 10\ \mathrm{kr}, 1 \cdot 5\ \mathrm{kr}$ og resten enkroninger (32)

0 poeng. Kandidaten formulerer en tilleggsopplysning som ikke gjør at det blir kun én løsning, eller oppgir ikke løsningen.

For å forenkle sensureringen gis en oversikt over alle 20 løsninger når summen er 67 kroner.

Antallet 20-kroninger	Antallet 10-kroninger	Antallet 5-kroninger	Antallet 1-kroninger	Sum i kroner	Antallet mynter
1	1	1	32	67	35
1	1	2	27	67	31
1	1	3	22	67	27
1	1	4	17	67	23
1	1	5	12	67	19
1	1	6	7	67	15
1	1	7	2	67	11
1	2	1	22	67	26
1	2	2	17	67	22
1	2	3	12	67	18
1	2	4	7	67	14

Antallet 20-kroninger	Antallet 10-kroninger	Antallet 5-kroninger	Antallet 1-kroninger	Sum i kroner	Antallet mynter
1	2	5	2	67	10
1	3	1	12	67	17
1	3	2	7	67	13
1	3	3	2	67	9
1	4	1	2	67	8
2	1	1	12	67	16
2	1	2	7	67	12
2	1	3	2	67	8
2	2	1	2	67	7