Sensorveiledning – nasjonal deleksamen 10.05.2017

Karakterer gis i henhold til total poengskår og følgende karakterskala fastsatt av eksamensgruppen:

- A: 36–40
- B: 31–35
- C: 23–30
- D: 18–22
- E: 16–17
- F: 0–15

Oppgave 1

a) Lag en illustrasjon med forklaring som kan brukes i grunnskolen til å vise løsningen av hver oppgave nedenfor.

i. $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$

2 poeng
Kandidaten gir en illustrasjon med god forklaring, enten ved brøkregning eller omgjøring til desimaltall, og finner korrekt svar ($\frac{11}{10}$ eller 1,1 eller ekvivalent). Gitt at svaret blir større enn 1 er det kanskje mest nærliggende å bruke en lengde/tallinjemodell, men andre modeller for brøk kan også brukes.

1 poeng
Kandidaten finner riktig svar på oppgaven, men gir en mangelfull illustrasjon eller forklaring.

Kun algoritmisk utregning av svaret gir ingen uttelling.

a) Lag en illustrasjon med forklaring som kan brukes i grunnskolen til å vise løsningen av hver oppgave nedenfor.

ii. $0{,}8 - \frac{1}{4}$

2 poeng
Kandidaten gir en illustrasjon med god forklaring og finner korrekt svar (0,55 eller $\frac{11}{20}$ eller ekvivalent).

1 poeng
Kandidaten finner riktig svar på oppgaven, men gir en mangelfull illustrasjon eller forklaring.

Kun algoritmisk utregning av svaret gir ingen uttelling.

b) Vis ved illustrasjon eller praktisk kontekst at å dele på $\frac{1}{3}$ svarer til å gange med 3.

2 poeng
Kandidaten gir en god, sammenhengende forklaring uten hull. Eksempelvis tar utgangspunkt i et målingsdivisjonseksempel der et antall liter vann skal tømmes på flasker som rommer $\frac{1}{3}$ liter hver. Vi vil da få tre flasker for hver liter, og svaret finnes ved å multiplisere antall liter vann med 3.

1 poeng
Kandidaten gir en forklaring med noen mangler, men som også inneholder elementer som viser at den har forstått det sentrale i situasjonen.

Det gis ingen poeng hvis kandidaten ikke viser illustrasjon eller praktisk kontekst.

c) Skriv en brøk som er større enn $\frac{5}{6}$, men mindre enn 1.
Hvorfor kan denne oppgaven være vanskelig for elever på mellomtrinnet?

2 poeng
Kandidaten gir et korrekt eksempel på en brøk mellom $\frac{5}{6}$ og 1. Svaret inneholder også fornuftig refleksjon rundt at elever for eksempel kan tenke at den «neste» brøken etter $\frac{5}{6}$ er $\frac{6}{6}$, som jo er 1, og at det derfor ikke finnes noen brøker imellom for disse elevene.

1 poeng
Kandidaten gir et korrekt eksempel på en brøk mellom $\frac{5}{6}$ og 1, men har manglende eller mangelfulle refleksjoner rundt siste del av oppgaven.

d) En elev spør deg hvilken brøk som er størst av $\frac{4}{9}$ og $\frac{5}{11}$. Avgjør hvilken brøk som er størst ved hjelp av to forskjellige strategier.

2 poeng
Kandidaten viser to forskjellige måter som viser at $\frac{5}{11}$ er den største brøken. Tre nærliggende

strategier er å finne henholdsvis felles nevner, felles teller eller gjøre om til desimaltall. En annen kan være at de to brøkene er henholdsvis $\frac{0,5}{9}$ og $\frac{0,5}{11}$ mindre enn $\frac{1}{2}$, og ettersom $\frac{0,5}{9}$ er større enn $\frac{0,5}{11}$, så må $\frac{5}{11}$ være den brøken som ligger nærmest $\frac{1}{2}$, og følgelig er størst.

En illustrasjon uten utdypende forklaring godtas ikke, da en forskjell på $\frac{1}{99}$ er for liten til at en tegning alene kan sies å vise svaret.

1 poeng
Kandidaten viser én korrekt måte å komme frem til svaret på.

e) Illustrer og forklar at $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$ er mindre enn 1.

2 poeng
Kandidaten illustrerer og forklarer dette på en korrekt måte.

Ett alternativ er å bruke en arealmodell for multiplikasjon med utgangspunkt i enhetskvadratet, og vise hvordan produktet av lengden $\frac{3}{4}$ av den ene sidekanten med $\frac{5}{6}$ av den andre blir et areal som er mindre enn 1.

Andre kan være å bruke operatortolkning og vise hvor $\frac{3}{4}$ av $\frac{5}{6}$ havner på tallinja, hvor mye det er av en mengde eller liknende.

1 poeng
Kandidaten bruker en illustrasjon (jamfør 2 poeng), men uten at forklaringen er eksplisitt på hvorfor produktet er mindre enn 1.

Gitt oppgaveteksten gis det ikke uttelling hvis kandidaten kun har regnet ut svaret på multiplikasjonen og ut fra det konkluderer at svaret er mindre enn 1.

Oppgave 2

a) Avgjør om hvert utsagn er sant eller usant. Begrunn svarene.

1) Positive heltall med mange siffer har alltid større verdi enn positive heltall med få siffer.
2) Når vi multipliserer et positivt heltall med et desimaltall større enn null er svaret alltid større enn det positive heltallet.
3) Et endelig desimaltall kan alltid gjøres om til brøk.
4) Et uendelig desimaltall kan aldri gjøres om til brøk.

2 poeng
Kandidaten angir og begrunner de to sanne (1 og 3) og de to usanne utsagnene. Begrunnelsen for utsagn 1 og 3 skal være av generell karakter, mens for de to andre er det tilstrekkelig med et moteksempel. Det godtas at én av begrunnelsene er noe ufullstendig.

1 poeng
Kandidaten angir riktig sannhetsverdi for tre av utsagnene. De tre skal begrunnes etter samme kriterier som for 2 poeng, altså at én av begrunnelsene er noe ufullstendig.

Eventuelt: Angir alle utsagnene korrekt, men flere av begrunnelsene er vage.

Hvis kandidaten angir og begrunner færre enn tre av utsagnene rett, gis det null poeng.

b) Sjuendetrinnselevene Anders og Bodil diskuterer hva $0{,}3 \cdot 0{,}6$ kan bety:

Anders:	*$3 \cdot 6$ er det samme som $6 + 6 + 6$.*
Bodil:	*Men det går ikke å tenke sånn med $0{,}3 \cdot 0{,}6$? 0,6 pluss … nei, det går ikke.*
Anders:	*Jeg er ganske sikker på at $0{,}3 \cdot 0{,}6$ blir 0,18. Men jeg skjønner ikke hvordan det kan bli det når 0,18 er mindre enn både 0,3 og 0,6.*

Dialogen synliggjør utfordringer knyttet til multiplikasjon av desimaltall.
Identifiser og beskriv to slike utfordringer fra dialogen.
Hvordan kan du som lærer hjelpe Anders og Bodil?

2 poeng
Dialogen handler om utfordringer ved gjentatt addisjon som modell for multiplikasjon av desimaltall, og at produktet er mindre enn faktorene. For å få 2 poeng må kandidaten identifisere og beskrive begge disse. Videre må kandidaten gi en fornuftig skisse til arbeidet med å hjelpe Anders og Bodil med minst en av disse to utfordringene.

1 poeng
For å få 1 poeng må kandidaten identifisere og beskrive en av utfordringene som er beskrevet for 2 poeng, og gi en fornuftig skisse til arbeidet med å hjelpe Anders og Bodil med den.
Det gis også ett poeng hvis kandidaten identifiserer og beskriver begge de to utfordringene, men mangler eller gir mangelfull skisse til videre arbeid.

c) Elever på 7. trinn fikk følgende oppgave.

Hvilke av alternativene nedenfor har samme verdi som 0,5·840?

1) *840:2*
2) *5·840*
3) *5·84*
4) *5·8400*
5) *840:5*
6) *0,50·84*

Hvilke av alternativene er riktige? Forklar.
Flere av elevene valgte alternativ 4). Forklar hvordan disse elevene kan ha tenkt.

2 poeng
Svarer alternativ 1) og 3) med en forklaring på begge.

Elever som har valgt alternativ 4) kan eksempelvis blande regler for multiplikasjon og divisjon. Siden 0,5:840 = 5:8400 kan en tro at 0,5 · 840 er det samme som 5 · 8400.

1 poeng

- Svarer alternativ 1) og 3) med en forklaring på begge, men manglende/mangelfullt svar rundt alternativ 4).
- Svarer alternativ 1) eller 3) med en forklaring, og godt svar for alternativ 4).
- Svarer alternativ 1) og 3) med manglende/mangelfull forklaring, og godt svar for alternativ 4).

Hvis kandidaten angir andre alternativer enn 1) og 3) som riktige, skal det normalt gis null poeng. Hvis sensor vurderer at besvarelsen ellers er god, kan det likevel gis ett poeng.

d) Elever på 5. trinn fikk i oppgave å plassere følgende tall på tallinja:

0,03   0,030 $\frac{1}{3}$ 0,33 $\frac{3}{10}$

I felles diskusjon i etterkant viste det seg at det var noe uenighet rundt løsningen. Noen elever hevdet at $\frac{1}{3}$ er lik 0,33. Det var også noen elever som hevdet at 0,030 er større enn 0,03.

Hva kan være årsakene til at elevene hevdet dette?

2 poeng
Kandidaten gjør godt rede for begge uenighetene. Eksempelvis kan elever tro at $\frac{1}{3}$ er lik 0,33 fordi de vanligvis regner om brøken til et desimaltall med en eller to desimaler.
0,030 har flere siffer enn 0,03, og elever kan derfor tenke at 0,030 (som de leser «null komma null tretti») er større enn 0,03 (som de leser «null komma null tre»).

1 poeng
Kandidaten gjør godt rede for én av de to uenighetene (se kriteriene for 2 poeng).

e) Oppgaven nedenfor ble prøvd ut på 7. trinn.

Hvilket siffer står på hundredelsplassen i 6,423?

- *6*
- *4*
- *2*
- *3*

55 % av elevene svarte 4, og 31 % svarte 2. Kommenter resultatet. Hvordan kan elevene ha tenkt?

2 poeng
Kandidaten tydeliggjør at svaret 4 er feil og 2 er rett. Når det gjelder alternativet 4, henviser kandidaten for eksempel til at sifferet 4 kan velges hvis en ser på desimaltall som par av hele tall og/eller tenker på lesemåten for desimaltall, her «seks komma fire hundre og tjuetre». Når det gjelder alternativet 2, holder det med en kort henvisning til elevenes forståelse av posisjonssystemet.

1 poeng
Kandidaten tydeliggjør at svaret 4 er feil og 2 er rett, men med mangelfull beskrivelse av hvordan elevene kan ha tenkt.

Oppgave 3

a) Nasjonale prøver for 8. trinn måler elevenes kompetanse i regning etter 7. trinn. Oppgaven nedenfor er hentet fra Nasjonale prøver for 8. trinn fra 2014.

> Silje finner en t-skjorte på salg. T-skjorten kostet opprinnelig 300 kr, mens salgsprisen er 210 kr.
>
> **Hvor mange prosent er prisen satt ned?**
>
> ○ 40 %
>
> ○ 30 %
>
> ○ 25 %
>
> ○ 20 %

Gi to ulike resonnementer elever kan bruke for å finne rett svar.

2 poeng
Kandidaten gir to holdbare resonnementer, for eksempel:
- Jeg ser at forskjellen mellom 300 kr og 210 kr er 90 kr. Jeg ser at 30 % av 300 kr gir 90 kr. Riktig svar er altså 30 %.
- Avslag i kroner: 300 kr – 210 kr = 90 kr. Prosent avslag: $\frac{90}{300} = 0{,}30 = 30\ \%$

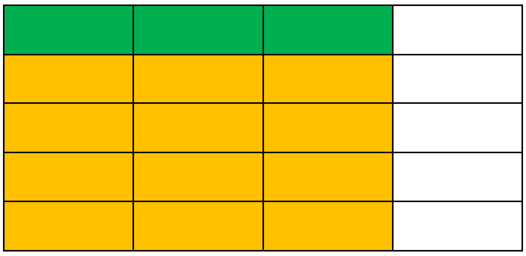
1 poeng
Kandidaten gir bare ett holdbart resonnement.

b) Vis hvordan du som lærer kan forklare hva 20 % av $\frac{3}{4}$ er ved:

- regning
- illustrasjon med forklaring

2 poeng
Kandidaten viser løsning både ved regning og ved illustrasjon med forklaring. F.eks.:

$0{,}2 \cdot 0{,}75 = 0{,}15$ eller $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$



Markerer først $\frac{3}{4}$ av et rektangel i gult. Deler rektangelet i fem vannrette deler, der hver del utgjør 20 % eller $\frac{1}{5}$. Altså er grønn 20 % av $\frac{3}{4}$ av rektangelet, som er $\frac{3}{20}$ av rektangelet.

1 poeng
Kandidaten viser enten bare ved regning eller bare ved illustrasjon med forklaring.
Eller kandidaten har begge, men mangler forklaring på den siste.

c) Etter at en har redusert et pengebeløp med 30 %, har en 14 000 kr igjen.
Finn det opprinnelige beløpet ved bruk av to forskjellige strategier som du kan forvente at elever kan bruke.

2 poeng
Kandidaten finner det opprinnelige beløpet, 20 000 kr, ved bruk av to forskjellige strategier.
Eksempler på strategier kan være:

- Veien om 10 % eller 1 %
- prøving og feiling
- bruk av likning
- bruk av vekstfaktor.

1 poeng
Kandidaten finner det opprinnelige beløpet ved hjelp av en strategi.

d) En klasse fikk denne oppgaven:

> Aina fikk to forsøk på en prøve i brøkregning. I første forsøk fikk Aina 20 poeng. I andre forsøk fikk hun 30 poeng. Hvor mange prosent økte poengsummen? Kryss av for et av svarene.
>
> A 10 %
> B 20 %
> C 30 %
> D 50 %
> E Det kan jeg ikke vite uten å kjenne til maksimal poengsum

Svarene i klassen fordelte seg hovedsakelig på A, D og E. Forklar hvordan elevene som svarte dette, kan ha tenkt.

2 poeng
Kandidaten forklarer hvordan elever kan ha tenkt i A, D og E.
Eksempler:
A: 10 poeng blir til 10 prosent.
D: Tenker at økningen på 10 poeng er 50 % av 20 poeng, og får riktig svar.
E: Tror at svaret avhenger av maksimal poengsum.

1 poeng
Forklarer to av de tre.

Dersom kandidaten forklarer bare en eller ingen av de tre gis det ingen poeng.

e) En eliteserieklubb rykker ned, og spillerne går med på en 20 % reduksjon i lønn. Betingelsen er at de skal gå opp til opprinnelig lønn hvis de rykker opp igjen. Hvor stort prosentvis tillegg i lønnen skal spillerne ha ved opprykk?
Vis hvordan du kom frem til svaret.

2 poeng
Kandidaten kan enten regne eller lage en illustrasjon med forklaring.
Dette kan gjøres på flere måter.
Ett eksempel på illustrasjon med forklaring:

Lønna reduseres med 20% (grønt felt). For å komme opp fra ny lønn (hvitt felt) til opprinnelig lønn, må jeg legge til $\frac{1}{4}$ av det hvite feltet, eller 25% for å fylle hele rektangelet (den opprinnelige lønna) igjen.

En måte å regne på, er å anta at lønna var 1000 kr. Da får vi:
Ny lønn med 20% reduksjon: 1000 · 0,8 = 800.
Tilbake til 1000 kr: $\frac{1000}{800}$ = 1,25. Det vil si en økning på 25 %. Dette kan selvfølgelig også løses ved likning.

1 poeng
Kandidaten har antakelig tenkt riktig, men gjort en slurvefeil. Eventuelt gir kandidaten det korrekte svaret, men mangler framgangsmåte.

Oppgave 4

a) Kathrine skal lage 30 liter grå maling ved å blande svart maling og hvit maling i blandingsforholdet 1:5.

i. Hvor stor brøkdel av malingsblandingen er svart maling?

2 poeng
Korrekt svar, altså 1/6.

1 poeng
Kandidaten gir et galt svar, men besvarelsen inneholder informasjon som gjør at dette fremstår som en åpenbar skrive/slurvefeil. Dvs kandidaten ser ut til å ha forstått den matematiske situasjonen.

a) Kathrine skal lage 30 liter grå maling ved å blande svart maling og hvit maling i blandingsforholdet 1:5.

ii. Kathrine finner ut at hun trenger seks liter svart maling. Har hun rett? Begrunn svaret.

2 poeng
Korrekt svar, altså "nei", sammen med en holdbar begrunnelse. Begrunnelsen kan bestå i en korrekt utregning/forklaring som konkluderer med at Kathrine trenger 5 liter maling. Den kan også bestå i en regning/forklaring som viser at svaret 6 liter ikke er riktig. For eksempel kan en slik forklaring bestå i å konstatere at hvis Kathrine bruker seks liter svart maling, så blir det 24 liter hvit maling i blandingen. Og forholdet 6:24 er det samme som 1:4, altså ikke 1:5.

1 poeng
Korrekt svar, men med mangelfull begrunnelse. Ingen begrunnelse gir null poeng.

b) En gruppe elever jobber med følgende oppgave:

> Vi startet en biltur med full tank. Da vi hadde kjørt $\frac{2}{3}$ av turen viste bensinmåleren at det var $\frac{1}{4}$ av full tank igjen. Hvis vi hadde fortsatt med samme forbruk, hadde vi trengt å fylle bensin for å komme fram?

Vis hvordan du kommer fram til svaret på oppgaven.
Gjør rede for hvordan du kan illustrere eller konkretisere oppgaven for elever som har problemer med å komme i gang med den.

2 poeng
Løser oppgaven på en tilfredsstillende måte og konkluderer med at svaret er "ja".
For å hjelpe elever i gang med oppgaven kan dette for eksempel gjøres ved å tegne figur som illustrerer at dersom vi hadde kjørt 3/4 av turen da vi hadde 1/4 av full tank igjen, ville vi akkurat rukket fram. Så kan dette kobles med at 3/4 er større enn 2/3.

1 poeng
Løser elevoppgaven, men gir en mangelfull redegjørelse for hvordan man kan hjelpe elever i gang med oppgaven. (En eventuell besvarelse der kandidaten ikke løser elevoppgaven, men gir en god redegjørelse, er vanskelig å forestille seg. Men hvis så skulle forekomme, får sensorene vurdere om svaret fortjener 1 poeng.)

c) En beholder fylles med $\frac{2}{3}$ liter vann per 45 minutter i jevnt tempo. Hvor mange liter er det i beholderen etter 9 timer? Vis resonnementet ditt.

2 poeng
Korrekt svar, altså 8 liter, og tilfredsstillende resonnement.

1 poeng
Kandidatene gir et galt svar, men resonnementet inneholder informasjon som gjør at dette fremstår som en skrive/slurvefeil. Dvs kandidaten ser ut til å ha forstått den matematiske situasjonen.