

Sensorveiledning – nasjonal deleksamen 01.12.2016

Karakterer gis i henhold til total poengskår og følgende karakterskala fastsatt av eksamensgruppen:

- A: 36–40
- B: 31–35
- C: 23–30
- D: 18–22
- E: 16–17
- F: 0–15

Oppgave 1

- a) En sjokolade er delt i 16 like store deler. Fem gutter spiser $\frac{3}{16}$ hver. Hvor stor del av sjokoladen har de spist til sammen?

Vis hvordan du kan komme fram til rett svar både ved additiv og multiplikativ tenkning.

2 poeng

Finner ved hjelp av både additiv og multiplikativ tenkning ut at det korrekte svaret er $\frac{15}{16}$.

Illustrasjon kan gjerne være en del av resonnementet.

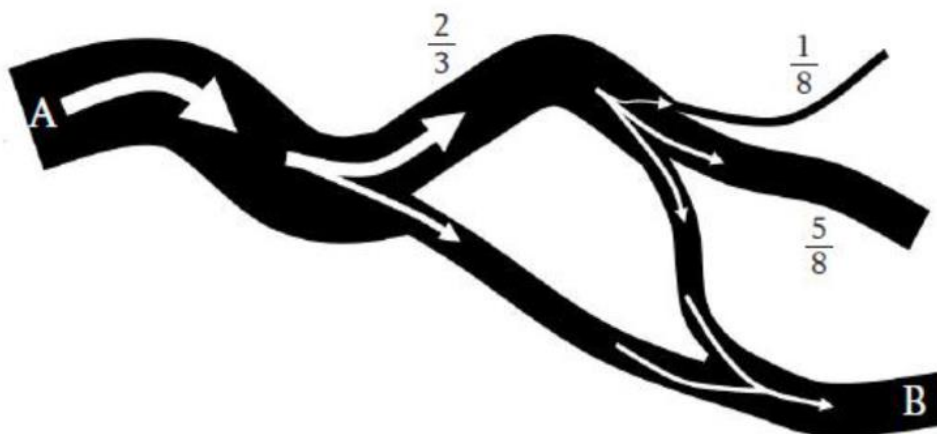
1 poeng

Finner svaret $\frac{15}{16}$ kun ved hjelp av én av tenkemåtene.

Illustrasjon uten forklaring gir null poeng.

b) En elv passerer punkt A. Elven deler seg i to, der $\frac{2}{3}$ av vannet renner i den ene retningen og resten i den andre. Deretter deler det ene elveløpet seg på nytt, i tre deler. Hvor stor del av det opprinnelige vanntilløpet renner ut gjennom B?

Løs oppgaven. Gjør rede for hvilke aspekter ved brøk som elevene må ha innsikt i for å løse oppgaven.



2 poeng

Korrekt løsning av oppgaven. Enten direkte ved å si at ved den første forgreningen renner $\frac{1}{3}$ av det opprinnelige vanntilløpet uavkortet til B. I tillegg suppleres dette av $\frac{2}{8}$ (eller $\frac{1}{4}$) av den $\frac{2}{3}$ som renner nordøstover fra første deling. $\frac{1}{4}$ av $\frac{2}{3}$ er $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (Alternativt $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$), og følgelig renner $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ ut gjennom B.

Alternativt kan man se på at totalt $\frac{6}{8}$ av $\frac{2}{3}$ ikke renner ut gjennom B. Ved utregning finner man at dette utgjør $\frac{1}{2}$, og følgelig må den andre halvparten renne ut ved B. Det vurderes som korrekt løsning av oppgaven hvis en likeverdig brøk til $\frac{1}{2}$ oppgis som svar.

I tillegg kreves en fornuftig refleksjon rundt ulike aspekter ved brøk som denne oppgaven krever av elevene. Ved forgreningene kreves forståelse for brøk som operator, for å kunne finne eksempelvis $\frac{1}{4}$ av $\frac{2}{3}$ korrekt. I tillegg kreves forståelse for addisjon av brøk eller for brøk som del av det hele, litt avhengig av hvilken av de beskrevne løsningsstrategiene som er valgt. Mangelfull forståelse for dette vil kunne medføre feil svar fra elever.

1 poeng

Kun korrekt løsning eller korrekt løsning med utilstrekkelig redegjørelse rundt oppgavespørsmålets andre del.

Hvis kandidaten selv besvarer oppgaven feil, gis null poeng selv om kandidaten også påpeker problematiske aspekter ved brøk.

c) $\frac{2}{5}$ av en gjeng er jenter. Når 5 jenter kommer til, er det i alt 50% jenter. Hvor mange var det opprinnelig i gjengen? Vis framgangsmåten din.

2 poeng

Korrekt løsning og framgangsmåte. Her kan et bredt spekter av ulike framgangsmåter aksepteres, fra helt uformelle til bruk av likninger.

For eksempel kan man bruke prøving og feiling: Hvis gjengen i utgangspunktet var 2 jenter av 5, er det etterpå 7 jenter av 10. Feil. Opprinnelig 6 jenter av 15 gir etterpå 11 av 20, altså fortsatt feil, men nærmere. Opprinnelig 10 jenter av 25 gir etterpå 15 av 30, riktig. Det var opprinnelig 25 i gjengen.

Et annet eksempel er ved bruk av likning:

La x være det opprinnelige antallet i gjengen. Da er $\frac{2}{5}x$ antallet jenter opprinnelig. Likningen $\frac{2}{5}x + 5 = \frac{x+5}{2}$ uttrykker da at når antallet jenter øker med fem skal det være likt halvparten av det nye antallet i gjengen totalt.

Løsning av denne likningen gir $x = 25$.

1 poeng

Kun korrekt svar uten framgangsmåte. Eller en framgangsmåte som klarer å ta hensyn til premisene i oppgaven, men som ikke kommer helt i mål. For eksempel kan dette være korrekt oppstilt likning uten korrekt løsning.

d) Vis hvordan du som lærer kan bruke en tallinje til å forklare elever at en tredel av en firedel er like mye som en firedel av en tredel.

2 poeng

Illustrerer dette på en tydelig måte på tallinja med tilhørende forklaring som synliggjør hvorfor dette er like mye.

1 poeng

Bruker tallinja på en fornuftig måte, men argumentasjonen for likhet er utydelig.

e) Bruk to ulike strategier til å sammenlikne brøkene $\frac{4}{7}$ og $\frac{5}{9}$.

2 poeng

Eksempler på mulige strategier:

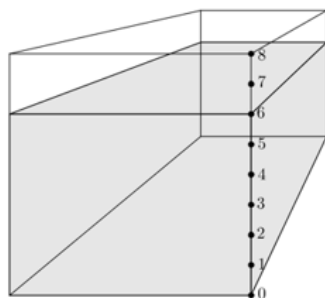
- Bruk av felles nevner: $\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 9}{7 \cdot 9} = \frac{36}{63}$ $\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{35}{63}$, altså er $\frac{4}{7}$ større enn $\frac{5}{9}$.
- Bruk av felles teller: $\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$ $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$. De to omgjorte brøkene har da like mange deler, men en enhet delt i 35 har større deler enn den samme enheten delt i 36, så $\frac{4}{7}$ er størst.
- Sammenlikning med $\frac{1}{2}$: Både $\frac{4}{7}$ og $\frac{5}{9}$ er litt større enn en halv, henholdsvis en halv sjudel og en halv nidel større. Ettersom sjudeler er større enn nideler, følger at $\frac{4}{7}$ er den største av de to brøkene.
- Direkte divisjon: $4:7 = 0,5714\dots$ sammenliknet med $5:9 = 0,555\dots$

1 poeng

Gir en korrekt sammenlikning med bruk av én strategi.

Oppgave 2

En boks er inndelt i 8 like deler og fylt med gele til merket 6 slik figuren nedenfor viser.



Følgende oppgave ble gitt til elever på 7. trinn: Skriv med et desimaltall hvor stor del av hele boksen som er fylt med gele.

De tre vanligste svarene var:

i) 6,8 ii) 0,6 iii) 0,75

a) Hvilket av svarene er riktig?

Hvilken tenkning kan typisk ligge bak de to andre svaralternativene?

2 poeng

Kandidaten angir (iii) som riktig svar, og gjør noen rimelige refleksjoner om de to feilsvarene. Eksempler: Bak svaret 6,8 kan det ligge rett tenking, 6 av 8, men feil bruk av notasjon. Bak svaret 0,6 kan de tenke at hele boksen representerer 10; 6 av 10.

1 poeng

Kandidaten angir (iii) som riktig svar, og gjør en rimelig refleksjon om ett av feilsvarene.

Hvis kandidaten kun angir rett svar gis null poeng. Eventuelt at kandidaten angir feil svaralternativ som riktig.

b) Hvilken av oppgavene nedenfor, i) eller ii), vil du bruke for å undersøke elevers desimaltallbegrep? Begrunn svaret.

i)	Sett ring rundt det største tallet.
	0,46 0,4 0,846
ii)	Sett ring rundt det største tallet.
	7,4 7,34 7,146

2 poeng

ii) vil tydeligst få frem en eventuell misoppfatning knyttet til at tallet med flest desimaler er det største tallet. En elev med en slik misoppfatning vil si at 7,146 er det største tallet, noe som er feil. ii) kan også avdekke misoppfatninger som går på å oppfatte et desimaltall som et par av to hele tall.

1 poeng

Et oppgavesvar som velger ii), men med uklar begrunnelse.

Kun angivelse av ii) uten begrunnelse, gir null poeng.

c) Hvilke av tallene under kan omformes til brøk med heltallig teller og nevner?

Begrunn.

- i. 0,444...
- ii. 12
- iii. 0,101001000100001...
- iv. 1,234

2 poeng

Kandidaten angir de riktige alternativene (i., ii. og iv.) og begrunner det med at de er tall med hhv periodisk uendelig og endelige desimaltallsutviklinger.

1 poeng

Kandidaten angir de riktige alternativene (i., ii. og iv.), men med mangelfull begrunnelse på en eller flere.

d) Løs oppgaven $1,25 \cdot 0,16$ med to ulike strategier.

2 poeng

Kandidaten bruker to ulike strategier til å løse oppgaven korrekt.

1 poeng

Kandidaten løser oppgaven korrekt med én strategi.

e) I en 6. klasse fikk elevene spørsmålet: «Hvor mange tall fins det mellom 0,47 og 0,48?». En del elever svarte «ingen» eller «ett tall». Hva vil du svare på spørsmålet, og hvordan vil du begrunne svaret ditt for elevene?

2 poeng

Kandidaten svarer uendelig mange tall på spørsmålet, og gir en forklaring som virker rimelig å bruke ovenfor elevene.

1 poeng

Kandidaten svarer uendelig mange tall på spørsmålet, men gir ingen eller mangelfull begrunnelse.

f) Lag en regnefortelling til $3 : 0,75$. Bruk regnefortellingen til å løse oppgaven.

2 poeng

Kandidaten gir en fornuftig regnefortelling med målingsdivisjon. Et eksempel kan være «Kari har kokt 3 liter saft som skal tappes på flasker som hver rommer 0,75 liter. Hvor mange flasker får Kari?». Kandidaten resonnerer seg så frem til svaret ved hjelp av regnefortellingen, eksempelvis ved å si at 2 flasker à 0,75 liter gir 1,5 liter saft, og følgelig gir 4 flasker 3 liter. Så Kari får 4 flasker saft.

1 poeng

Kandidaten gir en fornuftig regnefortelling som over. Kandidaten løser også oppgaven korrekt, men uten å bruke regnefortellingen i resonnetet, eksempelvis algoritmisk ved å gjøre om 0,75 til $\frac{3}{4}$ og utføre divisjon med brøk.

Oppgave 3

- a) Lise betaler 40 prosent skatt. Hvor mye må Lise tjene før skatt for å få utbetalt 30 000 kroner? Vis fremgangsmåte.

2 poeng

Viser enten ved likning eller ved andre resonnementer at hun må ha tjent 50 000 kr.

1 poeng

Bruker en riktig fremgangsmåte, men kommer ikke fram til riktig svar. Alternativt riktig svar med noe mangelfull fremgangsmåte.

- b) Hvor mye er 19 prosent av 800? Finn svaret ved bruk av to forskjellige strategier som du kan forvente at elever kan bruke.

2 poeng

Eksempler på strategier:

- $0,2 \cdot 800 - 0,01 \cdot 800 = 160 - 8 = 152$
- $\frac{800 \cdot 19}{100} = \frac{15200}{100} = 152$
- veien om 1

1 poeng

Bruker bare én riktig strategi.

Feil svar gir null poeng.

- c) Sorter følgende tall i stigende rekkefølge. Begrunn.

0,4 $\frac{4}{9}$ 44 % $\frac{4}{11}$

2 poeng

Sorterer tallene i riktig rekkefølge og gir gode begrunnelser.

1 poeng

Sorterer tallene i riktig rekkefølge, men med ingen eller mangelfulle begrunnelser.

d) I en kommune økte arbeidsledigheten fra 3,6 % til 4,5 %.

Hvor mange prosent økte arbeidsledigheten?

Beskriv en typisk feil som elever ofte gjør når de løser slike oppgaver.

2 poeng

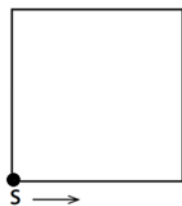
Svarer tilfredsstillende på begge spørsmålene. Økningen har vært 25 prosent. En typisk elevfeil er å tenke prosentpoeng og svare 0,9 prosent.

1 poeng

Svarer rett på den prosentvise økningen.

Feil svar på den prosentvise økningen gir null poeng uansett.

Oppgave 4



a) Tegn et kvadrat som ovenfor. Løs oppgavene 1) og 2) og sammenlikne hvordan oppgavene utfordrer elevenes brøkførståelse.

1) Du skal gå rundt det kvadratiske området. Du starter ved S og går i pilens retning. Marker med A punktet der du er når du har gått $\frac{1}{3}$ av veien.

2) Du skal gå rundt det kvadratiske området. Du starter ved S og går i pilens retning. Marker med B punktet der du er når du har gått $\frac{1}{8}$ av veien.

2 poeng

Løser oppgavene korrekt og beskriver hvordan den første oppgaven kan utfordre brøkførståelsen i større grad enn den andre.

1 poeng

Løser oppgavene korrekt.

b) En elev fikk i oppgave å sortere fire brøker etter størrelse. Eleven svarte slik:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{2}{9}$$

Beskriv hvordan eleven kan ha tenkt. Skisser hvordan du som lærer kan utfordre denne tankemåten hos eleven.

2 poeng

Beskriver hvordan eleven kan ha tenkt. To nærliggende tankesett er sortering etter størrelse av nevner, eller sortering etter sum av teller og nevner. Beskriver et opplegg som konfronterer disse tankesettene på en god måte.

1 poeng

Beskriver hvordan eleven kan ha tenkt. Mangelfull eller manglende beskrivelse av opplegget.

c) Finn tre brøker med lik nevner som ligger mellom $\frac{2}{3}$ og $\frac{3}{4}$.

2 poeng

Finner tre brøker med lik nevner som ligger mellom $\frac{2}{3}$ og $\frac{3}{4}$.

1 poeng

Finner kun to brøker. Brøker som er lik enten $\frac{2}{3}$ eller $\frac{3}{4}$ godtas ikke.

d) Finn tre brøker med lik teller som ligger mellom $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$.

2 poeng

Finner tre brøker med lik teller som ligger mellom $\frac{3}{4}$ og $\frac{4}{5}$.

1 poeng

Finner kun to brøker. Brøker som er lik enten $\frac{3}{4}$ eller $\frac{4}{5}$ godtas ikke.

e) En elev tolker brøken $\frac{2}{8}$ som "to av åtte". Brøken $\frac{5}{8}$ tolker eleven som "fem av åtte".
Men eleven har problemer med å tolke brøken $\frac{9}{8}$.
Beskriv kort hvordan du vil hjelpe eleven med dette problemet.

2 poeng

Poengterer at brøken $\frac{9}{8}$ krever en annen tolkning enn del av en helhet. Skisserer arbeid med dette i sin beskrivelse.

1 poeng

Mangelfull beskrivelse som ikke poengterer at brøken $\frac{9}{8}$ krever en annen tolkning enn del av en helhet, eller benytter en illustrasjon uten god forklaring.