Karaktergrenser: A: 26 poeng
B: 22 poeng
C: 19 poeng
D: 15 poeng
E: 11 poeng

Sensorveiledning – nasjonal deleksamen 5–10, 19.05.2021

Maksimal poengsum er 29 poeng. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

Oppgave 1
2 poeng
Kandidaten svarer at strategi i) er feil, og at ii) og iii) er riktige, og gir en tilfredsstillende begrunnelse for hver.

Et eksempel på en tilfredsstillende begrunnelse for at i) er feil: Eleven har ikke multiplisert med det samme tallet på begge sider av likhetstegnet. Eleven har multiplisert hvert ledd med den korresponderende nevneren. Likninger er som en vektstang der vi må gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet for at vektstanga skal forbli i likevekt.)

Et eksempel på en tilfredsstillende begrunnelse for at ii) er riktig: Eleven har multiplisert med det samme tallet, 6, på begge sider av likhetstegnet. Eleven har multiplisert alle ledd med 6.

Et eksempel på en tilfredsstillende begrunnelse for at iii) er riktig: Eleven multipliserer med det samme tallet, 1, på begge sider av likhetstegnet. Eleven utvider brøkene slik at alle ledd får samme nevner.

1 poeng
Kandidaten svarer at strategi i) er feil, at ii) og iii) er riktige, men begrunner tilfredsstillende bare en eller to av strategiene.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten svarer at strategi i) er feil, at ii) og iii) er riktige, uten å begrunne strategiene eller gir minst en feil matematisk begrunnelse.

Oppgave 2a)
1 poeng
Kandidaten utfører oppgaven korrekt, viser utregninger og formulerer en riktig hypotese. Et eksempel:
Velger sifrene 3 og 9, lager tallene 39 og 93, og regner ut summen, $39 + 93 = 132$. Summen av sifrene er $3 + 9 = 12$, og $132 : 12 = 11$. Hypotesen er at svaret alltid blir 11.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun har utført oppgaven korrekt og vist utregninger eller kun har formulert en hypotese.

Oppgave 2b)
1 poeng
Kandidaten viser algebraisk at en alltid får 11 til svar. Et eksempel:
Jeg kaller sifrene jeg velger for a og b, og lager tallene ab og ba. Summen av tallene er $(a \cdot 10 + b) + (b \cdot 10 + a) = 11a + 11b$. Summen av sifrene er $a + b$, og divisjon gir $\frac{11a+11b}{a+b} = \frac{11(a+b)}{a+b}$ =11.

Det gis 0 poeng om kandidaten kun utfører oppgaven ved bruk av talleksempler.

Oppgave 3
2 poeng
Kandidaten svarer at iv) er riktig og gir to tilfredsstillende begrunnelser på hvorfor. Tre eksempler på tilfredsstillende begrunnelser:

1. Algebramanipulasjon. Bruk av regneregler for å løse formelen $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$ med hensyn på h.

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$
$$3V = \pi r^2 h$$
$$h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

2. Eliminasjonsmetoden sammen med kunnskap om benevninger der kandidaten eksemplifiserer at i), ii) og iii) ikke kan være riktige. Dersom enheten cm brukes, vil volumet ha benevningen cm^3 og r^2 har benevningen cm^2. Betrakter en benevningene i de ulike svaralternativene ser en at høyden h blir cm^5 i i), $\frac{\text{cm}^2}{\text{cm}^3} = \text{cm}^{-1}$ i ii), cm^5 i iii), og cm i iv). Derfor er iv) riktig svaralternativ.

3. Eliminasjonsmetoden sammen med innsetting av talleksempel i formelen der kandidaten eksemplifiserer at i), ii) og iii) ikke kan være riktige. Ett eksempel er å sette $h = 3$ og $r = 1$. Da får en ut ifra formelen for volumet av kjeglen at $V = \pi$. Setter en så verdiene for $h, r\ og\ V$ inn i svaralternativene får en:

i) $3 = \frac{\pi \cdot \pi}{3} = \frac{\pi^2}{3}$

ii) $3 = \frac{\pi}{3\pi} = \frac{1}{3}$

iii) $3 = 3\pi \cdot \pi = 3\pi^2$

iv) $3 = \frac{3\pi}{\pi} = 3$

i)–iii) er ikke sannheter, mens iv) er sann.

1 poeng
Kandidaten svarer at iv) er riktig, men gir kun én tilfredsstillende begrunnelse.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke gir noen tilfredsstillende begrunnelse, selv om riktig svaralternativ er valgt.

Oppgave 4a)
2 poeng
Kandidaten viser på to tilfredsstillende måter hvordan en som lærer kan løse oppgaven for elever. Fire eksempler på tilfredsstillende måter:

1. 99 er fire mer enn 95, som er et tall i 5-gangen. Perle nr. 99 og perle nr. 4 har dermed samme farge, og perle nr. 4 er rød.

2. Kandidaten kan begynne med å tegne mønsteret og vise at perlene kommer i grupper på fem. Dermed kan kandidaten telle i 5er-steg og komme fram til at perle nr. 99 har den samme fargen som perle nr. 4, som er rød.
3. 99 gir rest 4 ved divisjon med 5, og dermed har perle nr. 99 og perle nr. 4 samme farge, og perle nr. 4 er rød.
4. Kandidaten kan oppgi at perle nr. 4 er rød, at perle nr. 9 er rød, og at mønsteret etter dette er at hver tiende perle er rød. Dermed er perle nr. 99 også rød.

1 poeng
Kandidaten løser oppgaven på bare én tilfredsstillende måte.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun beskriver et mønster, men ikke konkluderer med at perle nr. 99 er rød.

Oppgave 4b)
2 poeng
Kandidaten finner et riktig algebraisk uttrykk, beskriver framgangsmåten på en tilfredsstillende måte og definerer variabelen som ble brukt.

Riktig algebraisk uttrykk som angir hvilke numre de grønne perlene har i mønsteret, kan være: $5k - 2$, der $k = 1, 2, 3$ ... eller $5k + 3$, der $k = 0, 1, 2$ ... (dersom en forestiller seg at perlemønsteret fortsetter i det uendelige).

En tilfredsstillende beskrivelse av framgangsmåten for å finne det algebraiske uttrykket $5k - 2$ er: Mønsteret gir at perle nr. 3, 8 og 13 er grønne. Mønsteret gjentar seg etter fem perler, dvs. hver femte perle er grønn. Numrene til de grønne perlene er 2 mindre enn tall i 5-gangen, og kan dermed uttrykkes som $5k - 2$.

1 poeng
Kandidaten finner et riktig algebraisk uttrykk, men beskrivelsen av framgangsmåten er mangelfull eller en definisjon av variabelen mangler. (Dvs. at det skal gis 1 poeng om kandidaten kun finner riktig algebraisk uttrykk.)

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke finner et riktig algebraisk uttrykk.

Oppgave 5a)
1 poeng
Kandidaten gir en tilfredsstillende beskrivelse av hvordan eleven kan ha tenkt. To eksempler på tilfredsstillende beskrivelser:

1. Tallene i kolonne A representerer antall kyllinger, tallene i kolonne B representerer antall sauer, og tallene i kolonne C representerer summen av antall bein.
2. Summen av dyr er 26 (antall hoder), så dersom det er 1 kylling, så er det 25 sauer, dersom det er 2 kyllinger, så er det 24 sauer osv. Det betyr at tallene i kolonne A representerer antall kyllinger, og at tallene i kolonne B representerer antall sauer. Kyllinger har 2 bein, og sauer har 4 bein. Tallene i kolonne C representerer summen av antall bein, f.eks. i den første raden: $2 \cdot 1 + 4 \cdot 25 = 102$, i den andre raden:

$2 \cdot 2 + 4 \cdot 24 = 100$. Eleven kan nå fortsette med denne framgangsmåten helt til rad 74 i kolonne C.

Oppgave 5b)
1 poeng
Kandidaten angir riktig formel i celle C1, for eksempel =2*A1+4*B1 eller =104-2*A1, ev. en mer utfyllende besvarelse hvor en presiserer at det blir tilsvarende for de andre cellene i kolonne C, slik som =2*A2+4*B2 eller =104-2*A2 i celle C2 osv.

Det gis 1 poeng selv om likhetstegnet mangler.

Oppgave 5c)

1 poeng
Kandidaten finner riktig svar på oppgaven, 15 kyllinger og 11 sauer, har med tilstrekkelig med utklippsbilder og gir en tilfredsstillende beskrivelse av hvordan oppgaven ble løst. Et eksempel:

Jeg skrev tallene 1, 2, 3 i kolonne A, markerte tallene, pekte på det nederste hjørnet i celle A3 slik at tegnet + kom til syne, og «dro» nedover for å fylle ut flere celler i kolonne A. Jeg skrev inn formelen =26-A1 i celle B1 og =2*A1+4*B1 i celle C1, og jeg gjentok forrige prosedyre for å fylle ut kolonnene B og C nedover. Riktig svar står på rad 15.

	A	B	C
1	1	25	102
2	2	24	100
3	3	23	98
4	4	22	96
5	5	21	94
6	6	20	92
7	7	19	90
8	8	18	88
9	9	17	86
10	10	16	84
11	11	15	82
12	12	14	80
13	13	13	78
14	14	12	76
15	15	11	74
16			

	A	B	C
1	1	=26-A1	=2*A1+4*B1
2	2	=26-A2	=2*A2+4*B2
3	3	=26-A3	=2*A3+4*B3
4	4	=26-A4	=2*A4+4*B4
5	5	=26-A5	=2*A5+4*B5
6	6	=26-A6	=2*A6+4*B6
7	7	=26-A7	=2*A7+4*B7
8	8	=26-A8	=2*A8+4*B8
9	9	=26-A9	=2*A9+4*B9
10	10	=26-A10	=2*A10+4*B10
11	11	=26-A11	=2*A11+4*B11
12	12	=26-A12	=2*A12+4*B12
13	13	=26-A13	=2*A13+4*B13
14	14	=26-A14	=2*A14+4*B14
15	15	=26-A15	=2*A15+4*B15
16			

Kandidaten får også 1 poeng dersom en i hver kolonne skriver inn tallene gitt i oppgaveteksten, markerer tallene og peker på det nederste hjørnet slik at + kommer til syne og kopierer nedover, helt til tallet 74 kommer frem i kolonne C. Riktig løsning kan da leses av i A-kolonnen og i B-kolonnen på samme rad som 74 står.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke eksplisitt oppgir riktig svar.

Oppgave 6
1 poeng
Kandidaten velger påstand iii).

Det gis 0 poeng om kandidaten ikke gir et entydig svar på at påstand iii) er best.

Det er ikke krav om begrunnelse, men alternativ iii) er riktig og best fordi en kan dividere på begge sider av likhetstegnet så lenge divisor ikke er 0 (som inntreffer når $x = 2$). Divisjon med 0 er ikke definert, og dette tilfellet må derfor undersøkes spesielt. De andre alternativene kan elimineres av følgende grunner:

Påstand i) er feil. En kan forkorte med $(x-2)$ så lenge $(x-2)$ ikke har verdien 0.

Påstand ii) er bare en alternativ måte å løse oppgaven på.

Påstand iv) er feil. Dersom en forkorter med $(x-2)$ på begge sider av likhetstegnet, så vil en forkorte med samme verdier uavhengig av hva x er (forutsetter bare at x ikke kan være 2).

Oppgave 7a)
2 poeng
Kandidaten påpeker at eleven feilaktig tror at grafen er stykkevis lineær mellom de punktene som ble beregnet. Alternativt kan kandidaten påpeke at grafen ikke kan ha slike knekkpunkter, dvs. grafen til funksjonen er egentlig glatt uten knekkpunkter.

En tilfredsstillende beskrivelse av hvordan kandidaten vil hjelpe eleven, kan innebære å be eleven inkludere flere punkter når grafen tegnes. Alternativt kan kandidaten beskrive at eleven kan bruke et tegneprogram til å tegne grafen for å se at den ikke har knekkpunkter.

1 poeng
Kandidaten påpeker at eleven feilaktig tror at grafen er stykkevis lineær mellom de punktene som ble beregnet. Alternativt kan kandidaten påpeke at grafen ikke kan ha slike knekkpunkter, dvs. grafen til funksjonen er egentlig glatt uten knekkpunkter. Kandidaten mangler en tilfredsstillende beskrivelse av hvordan eleven kan hjelpes til å forstå hva som er feil.

Det gis 0 poeng om kandidaten ikke gir en tilfredsstillende beskrivelse av elevens feiltenking.

Oppgave 7b)
2 poeng
Kandidaten formulerer en tilfredsstillende funksjonsoppgave tilpasset elever på 8. trinn, som går fra en situasjon til et funksjonsuttrykk på formen $y = \frac{a}{x}$. Kandidaten lager et tilfredsstillende løsningsforslag og beskriver hva de variable representerer.

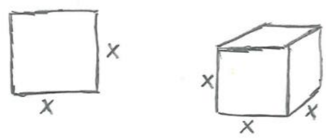
Oppgaven kan for eksempel være: I en kommune får hver skole 50 000 kr til å dekke elevers reiseutgifter. Lag et funksjonsuttrykk som fremstiller antall kroner hver elev kan reise for, som funksjon av antall elever på skolen.

Løsningsforslaget kan for eksempel være: Variabelen x representerer antall elever på skolen, og variabelen y representerer antallet kroner hver elev da kan reise for. Hver elev kan reise for $y = \frac{50000}{x}$ kroner.

1 poeng

Kandidaten formulerer en tilfredsstillende funksjonsoppgave, men mangler enten løsningsforslaget eller beskrivelsen av hva de variable representerer.

Oppgave 8a)
2 poeng
Kandidaten illustrerer på tilfredsstillende vis x^2 og x^3 med to figurer, eksempelvis et kvadrat og en boks, hvor lengdene på sidekantene er indikert. Et eksempel:



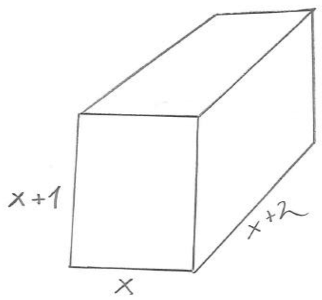
Kandidaten beskriver at $x^2 = x \cdot x$ kan representere arealet av et kvadrat, og at $x^3 = x \cdot x \cdot x$ kan representere volumet av en boks. I begge tilfellene er x lengden på sidene (se figurene).

1 poeng
Kandidaten illustrerer på tilfredsstillende vis x^2 og x^3med to figurer, men beskrivelsene mangler eller er mangelfulle. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten bare har laget én figur med tilfredsstillende beskrivelse.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten bare har skissert figurer uten å markere at x representerer sidelengder. Det gis 0 poeng dersom en eller begge tegningene helt eller delvis mangler tilhørende beskrivelser.

Oppgave 8b)
2 poeng
Kandidaten illustrerer uttrykket $x(x+1)(x+2)$ med en passende figur, gir en tilfredsstillende beskrivelser av hva de ulike faktorene representerer, samt formulerer en tilfredsstillende oppgave med løsningsforslag tilpasset 9. trinn. Et eksempel:

Figur:



Uttrykket $x(x+1)(x+2)$ kan representere volumet av et rett prisme med sidelengder x, $x+1$ og $x+2$.

Oppgaveforslag 1:
Et prisme har sidekanter med lengder på x, $x + 1$ og $x + 2$. Regn ut volumet til prismet når $x = 2$ cm.

Løsningsforslag 1:
Volumet av prismet er 2 cm · $(2 + 1)$cm · $(2 + 2)$ cm = 24cm^3

Oppgaveforslag 2:
Et prisme har sidekanter med lengder på x, $x + 1$ og $x + 2$. Skriv en formel som beregner volumet til prismet.

Løsningsforslag 2:
Formelen for volumet av et prisme er gitt ved $V = l \cdot b \cdot h$, hvor *l* og *b* er henholdsvis lengde og bredde i grunnflaten og *h* er høyden. En formel for volumet er derfor
$V = x(x + 1)(x + 2)$

Oppgaveforslag 3:
Et prisme har sidekanter med lengde x, $x + 1$ og $x + 2$. Regn ut overflateareal til prismet når $x = 2$ cm.

Løsningsforslag 3:
Overflateareal = $2 \cdot x(x + 1) + 2 \cdot (x + 1)(x + 2) + 2 \cdot x(x + 2)$

Dersom vi setter $x = 2$ inn i uttrykket over får vi

$2 \cdot 2(2 + 1) + 2 \cdot (2 + 1)(2 + 2) + 2 \cdot 2(2 + 2) = 12 + 24 + 16 = 52$

Overflatearealet er $52\ \text{cm}^2$.

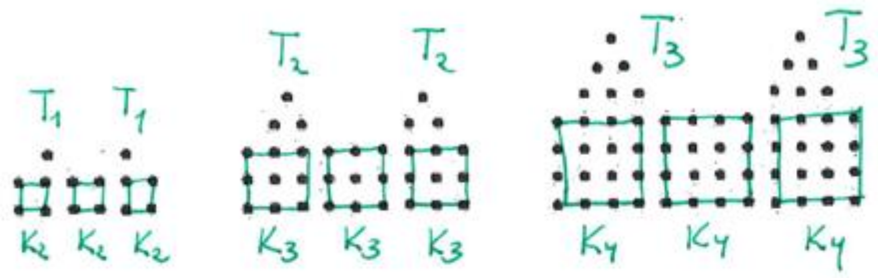
1 poeng
Kandidaten illustrerer kun uttrykket $x(x + 1)(x + 2)$ med en passende figur sammen med en tilfredsstillende beskrivelse av hva de ulike faktorene representerer, eller formulerer kun en tilfredsstillende oppgave med løsningsforslag tilpasset 9. trinn.

Oppgave 9a)
2 poeng
Kandidaten finner T_8 på to forskjellige måter. Tre eksempler:

1. Bruk av formel for trekanttall, $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$, og regner ut $T_8 = 36$.
2. Tegner opp den åttende figuren og teller antall prikker til å bli 36.
3. Teller med én mer for hver gang fra 1. Kandidaten bemerker at en adderer én mer for hvert ledd: 1 + 2, 3 + 3, 6 + 4, 10 + 5, 15 + 6, 21 + 7, 28 + 8 = 36

1poeng
Kandidaten finner trekanttall nr. 8 på bare én måte.
Det gis 0 poeng dersom kandidaten finner trekanttall nr. 8 uten å vis/beskrive på en tilfredsstillende måte hvordan tallet ble funnet. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten bare er «godt på vei» til å finne tallet eller finner feil tall.

Oppgave 9b)
1 poeng
Kandidaten viser at dobbelthustall n, (D_n), er satt sammen av tre kvadrattall nr. $n+1$ og to trekanttall nr. n. Det godtas at kandidaten bruker konkrete figurer og tall for å illustrere og beskrive at dobbelthustall består av et bestemt antall kvadrattall og et bestemt antall trekanttall, for eksempel slik:



Alle dobbelthustall består av 3 kvadrattall og 2 trekanttall. For eksempel er dobbelthustall 3, (D_3), helt til høyre satt sammen av 3 kvadrattall nr. 4, (K_4) og 2 trekanttall nr. 3, (T_3).

Det gis 0 poeng om kandidaten kun illustrerer eller kun beskriver med ord.

Oppgave 9c)
2 poeng
Kandidaten lager en korrekt formel og viser på en tilfredsstillende måte hvordan en kom fram til formelen. Et eksempel:

$$D_n = 3K_{n+1} + 2T_n$$
$$= 3(n+1)^2 + 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$
$$= 3(n^2 + 2n + 1) + n(n+1)$$
$$= 3n^2 + 6n + 3 + n^2 + n$$
$$= 4n^2 + 7n + 3$$

Dersom kandidaten oppgir svaret $3(n+1)^2 + 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2}$ eller en av de etterfølgende linjene i utledningen gis det 2 poeng (en trenger altså ikke å regne ut helt til siste linje).

1 poeng
Det gis 1 poeng dersom kandidaten er «godt på vei» til å finne formelen, for eksempel $D_n = 3K_{n+1} + 2T_n$.

Oppgave 10
2 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan oppgaven kan løses for elever på to forskjellige måter. Begge må gi riktig algebraisk uttrykk, og kandidaten må beskrive hva den variable representerer. Tre eksempler:

1. Stadfeste at leddene i følgen består av ledd som er én mindre enn tall i 2-gangen. Videre må det framkomme at tall i 2-gangen inneholder faktoren 2, uttrykt generelt som $n \cdot 2$. Tallene i følgen er én mindre enn tallene i 2-gangen, og et generelt (algebraisk) uttrykk for leddene i følgen er da $2 \cdot n - 1$, hvor n står for leddnummeret og starter på 1. Om kandidaten tar utgangspunkt i at 2-gangen starter på 0, bør det generelle uttrykket være $n \cdot 2 + 1$.

2. Nummerere hvert ledd i følgen og lete etter en sammenheng mellom leddnummeret og det korresponderende tallet i følgen. Det kan f.eks. gjøres i en tabell hvor den nederste raden etter hvert viser sammenhengen mellom leddnummeret og tallet:

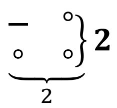
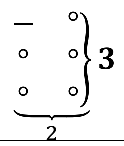
Ledd nr. **1**	Ledd nr. **2**	Ledd nr. **3**	Ledd nr. **4**	Ledd nr. **5**	…	Ledd nr. $\boldsymbol{n}$
1	3	5	7	9	…	

Nøkkelen til å løse oppgaven på denne måten er å uttrykke tallene i følgen som noe en kan finne igjen i det korresponderende leddnummeret. I tabellen nedenfor er det markert med fet skrift, eksemplifisert ved at 5, som er det **3**. tallet, kan skrives som $2 \cdot \mathbf{3} - 1$.

Ledd nr. **1**	Ledd nr. **2**	Ledd nr. **3**	Ledd nr. **4**	Ledd nr. **5**	…	Ledd nr. $\boldsymbol{n}$
1	3	5	7	9	…	
$2 \cdot \mathbf{1} - 1$	$2 \cdot \mathbf{2} - 1$	$2 \cdot \mathbf{3} - 1$	$2 \cdot \mathbf{4} - 1$	$2 \cdot \mathbf{5} - 1$	…	$2 \cdot \boldsymbol{n} - 1$

Et generelt (algebraisk) uttrykk for leddene i tallfølgen er da $2 \cdot n - 1$, hvor n står for leddnummeret og starter på 1.

3. Illustrere tallene i følgen som prikker tilsvarende som for figurtall. Prinsippet med å lete etter en sammenheng mellom leddnummeret og det korresponderende tallet kan også her benyttes i en tabell, men i denne fremgangsmåten synliggjør illustrasjonene sammenhengen. Et eksempel:

Ledd nr. **1**	Ledd nr. **2**	Ledd nr. **3**	Ledd nr. **4**	Ledd nr. **5**	…	Ledd nr. **n**
1	3	5	7	9	…	
			tilsvarende illustrasjon med $2 \cdot \mathbf{4} - 1$ prikker	tilsvarende illustrasjon med $2 \cdot \mathbf{5} - 1$ prikker		tilsvarende illustrasjon med $2 \cdot n - 1$ prikker
$2 \cdot \mathbf{1} - 1$	$2 \cdot \mathbf{2} - 1$	$2 \cdot \mathbf{3} - 1$	$2 \cdot \mathbf{4} - 1$	$2 \cdot \mathbf{5} - 1$	…	$2 \cdot \boldsymbol{n} - 1$

1 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan oppgaven kan løses på én måte, ev. på to ulike måter, men med enkelte unøyaktigheter. Eksempler på unøyaktigheter kan være å ikke argumentere for at et generelt tall i 2-gangen kan skrives som $n \cdot 2$, ikke å tydeliggjøre sammenhengen mellom leddnummeret og det korresponderende tallet, eller mangelfullt beskrive hva den variabelen representerer.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke finner riktig algebraisk utrykk.