SENSORVEILEDNINGEN

NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER-UTDANNINGEN

GLU 1–7

BOKMÅL

Dato: 19.05.21
Eksamenstid: 09:00–13:30
(medregnet 30 minutter til å laste opp eventuelle bilder og kontrollere innsendingen av besvarelsen)
Hjelpemiddel: Alle

Husk å oppgi **kandidatnummeret** ditt øverst i besvarelsen.

Antall oppgaver: 9
Antall deloppgaver: 17
Maksimalt antall poeng: 25
Tabellen viser maksimalt antall poeng pr. deloppgave.

1		2	3			4		5	6		7			8		9
a)	b)		a)	b)	c)	a)	b)		a)	b)	a)	b)	c)	a)	b)	
1	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2

Karaktergrenser:
A: 24 poeng
B: 21 poeng
C: 17 poeng
D: 14 poeng
E: 11 poeng

Oppgave 1

En lærer har valgt følgende oppgave for å introdusere elevene sine for algebraisk tenkning:

$$8 + 4 = \_\_$$

a) Vurder valget av oppgave. Hva kan du si om muligheter for å utvikle elevenes algebraiske tenkning? Begrunn.

1 poeng. Kandidaten vurderer og begrunner valg av oppgave i henhold til mulighet for utvikling av algebraisk tenkning.

For eksempel kan kandidaten vurdere oppgavevalget til å være uhensiktsmessig og begrunner dette med at oppgaven er med på å understøtte den operasjonelle forståelsen av likhetstegnet. Kandidaten trenger ikke å bruke beskrivelsen "operasjonell forståelse" for å få full uttelling. Kandidatens besvarelser kan også være rettet mot andre relevante aspekter innenfor algebraisk tenkning.

b) Kom med et forslag til hvordan du vil omformulere oppgaven for å øke elevenes mulighet til å utvikle sin algebraiske tenkning. Du skal ta utgangspunkt i oppgaven slik den er fremsatt.

1 poeng. Kandidaten kommer med et forslag som fremmer relasjonell forståelse av likhetstegnet. Dette kan for eksempel være å legge til et ledd på høyre side av likhetstegnet: 8 + 4 = 7 + ______
Kandidaten trenger ikke bruke begrepet «relasjonell forståelse» for full uttelling.

0 poeng. Kandidaten kommer med forslag som ikke fremmer elevenes mulighet til å utvikle sin algebraiske tenkning. Dersom kandidaten ikke tar utgangspunkt i oppgaven slik den opprinnelig er formulert gis også 0 poeng.

Oppgave 2

Gitt følgende oppgave:

Velg et vilkårlig ensifret tall a større enn null.

1. Multipliser tallet med 5 og adder 2.
2. Multipliser så med 2 og adder et annet virkårlig ensifret tall b enn det du startet med.
3. Subtraher 4 og bestem svaret.

Løs oppgaven og vis at du kommer frem til uttrykket $10a + b$. Forklar hvilke tall dette uttrykket representerer.

2 poeng. Kandidaten løser oppgaven og får uttrykket $10a + b$. I tillegg fremsetter kandidaten en forklaring der det kommer frem at svaret på oppgaven er et vilkårlig to-sifferet tall med ulike sifre. For eksempel ved å trekke frem at det første vilkårlige ensifrede tallet a er sifferet på tierplassen i svaret og det andre ensifrede tallet b er sifferet på enerplassen i svaret.

1 poeng. Kandidaten løser oppgaven og får et uttrykk på formen $10a + b$ der en forklaring mangler eller der forklaringen er mangelfull. For eksempel at kandidaten kun oppgir tall mellom 10 og 99 uten videre forklaring inn mot det algebraiske uttrykket.

Oppgave 3

Hvis $x + y = 10$ og x er mindre enn y, hva kan du si generelt om verdien til x?

a) Løs oppgaven ovenfor. Med utgangspunkt i denne konkrete oppgaven, gi et argument for hvorfor dette er en oppgave innenfor algebraisk tenkning.

2 poeng. Kandidatens løsning inneholder at x må være mindre enn 5. I tillegg gir kandidaten et argument, med utgangspunkt i oppgaven, for hvorfor dette er en oppgave innenfor algebraisk tenkning.

1 poeng. Kandidatens løsning inneholder at x må være mindre enn 5 eller så gir kandidaten et argument for hvorfor dette er en oppgave innenfor algebraisk tenkning.

0 poeng. Kandidaten løser oppgaven kun ved å gi eksempler på mulige x-verdier, for eksempel at x er 0, 1, 2, 3 og 4. Kandidaten gir heller ikke et argument for hvorfor dette er en oppgave innenfor algebraisk tenkning.

Gitt følgende likhet:

$$\boxed{18 + a = 20 + b}$$

b) Hvilken sammenheng må tallene a og b ha for at likheten er sann?

1 poeng. Kandidaten beskriver at sammenhengen mellom a og b er at a alltid er 2 mer enn b.

Elever blir bedt om å begrunne hva de mener er størst av $3n$ og $n + 6$, der *n* er et positivt heltall.

c) Gi eksempel på:
   i. et feil elevsvar der elevens begrunnelse er basert på en mangelfull forståelse av variabelbegrepet.
   ii. et korrekt elevsvar der elevens begrunnelse er basert på en tilfredsstillende forståelse av variabelbegrepet.

2 poeng. Kandidaten gir korrekt eksempel til i) der elevens mangelfulle forståelse av variabelbegrepet kommer til syne og korrekt eksempel til ii) basert på bruk av variabelbegrepet.

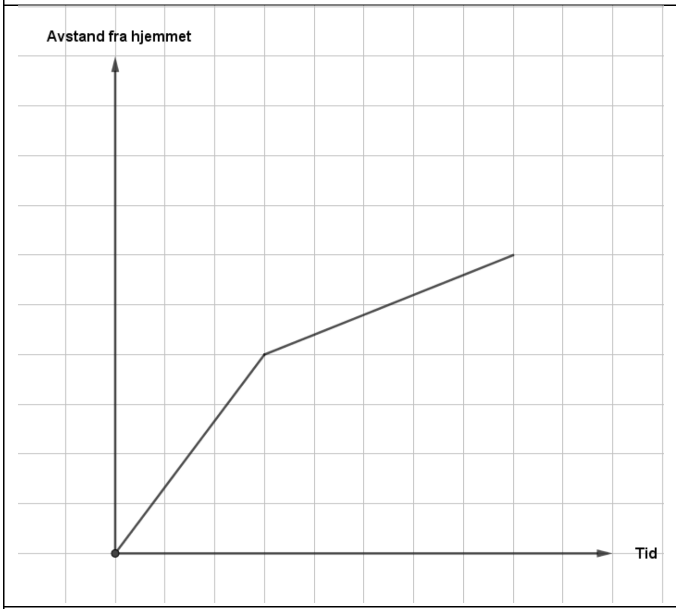
Eksempel på et feilaktig svar for i) kan være at eleven erstatter n med kun ett tall og evaluerer ut fra det.

1 poeng. Kandidaten gir et korrekt eksempel på *enten* i) *eller* ii).

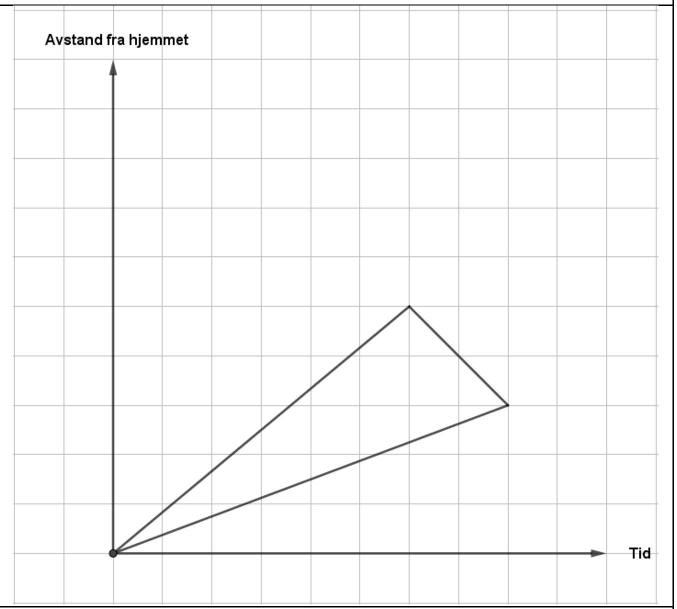
Oppgave 4

I arbeid med å representere en reise gjort med et kjøretøy, angitt i avstand fra hjemmet, fremsetter fire elever følgende grafer:

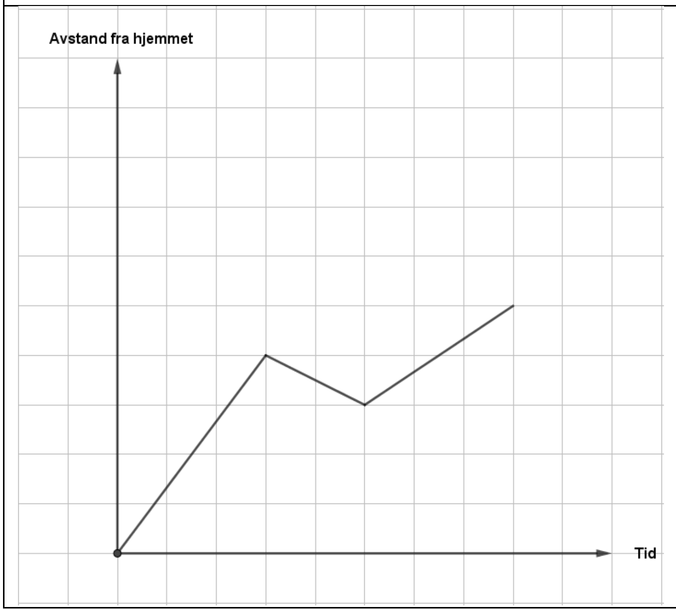
Graf 1



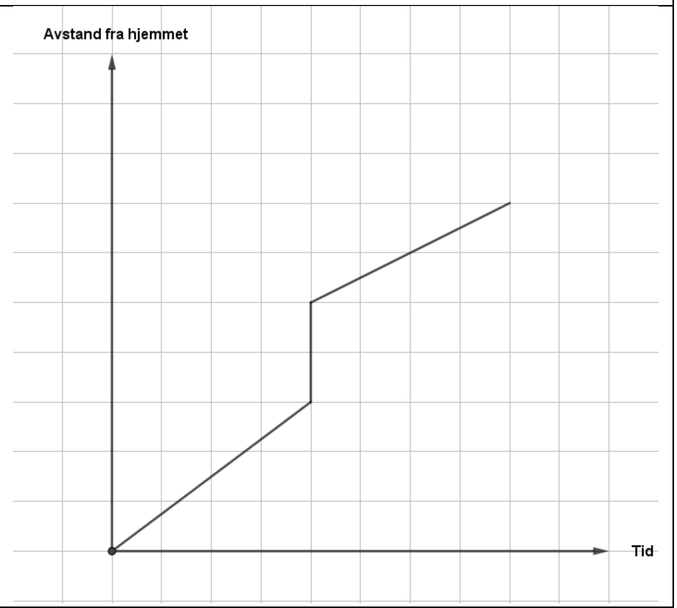
Graf 2



Graf 3



Graf 4



a) Identifiser hvilke(n) graf(er) som *ikke* kan beskrive en slik gjennomført reise. Begrunn svaret.

1 poeng. Kandidaten oppgir graf 2 og 4 som *ikke* beskriver en slik gjennomført reise med tilstrekkelig begrunnelse.

For eksempel begrunner kandidaten svaret sitt med at det er ingen funksjonssammenheng mellom tid og avstand fordi det er x-verdier i graf 2 og 4 som svarer til mer enn en y-verdi.

b) Ta utgangspunkt i en av grafene du mener *kan* beskrive en slik gjennomført reise. Bruk informasjon fra grafen og formuler en situasjonsbeskrivelse for hele reisen.

1 poeng. Kandidaten tar utgangspunkt i graf 1 eller 3 og formulerer en situasjonsbeskrivelse for hele reisen. For å oppnå full uttelling må kandidaten beskrive reisen før og etter knekkpunktene til grafen.

Oppgave 5

Elever arbeider med følgende oppgave:

Nora og hennes to venner plukker blomster på et jorde. Når de har plukket like mange blomster er det to blomster igjen på jordet. Hvor mange blomster kan det ha vært på jordet?

Gi eksempel på to ulike elevbesvarelser som begge angir alle løsningene. En av de to besvarelsene skal angi alle løsningene ved hjelp av et algebraisk uttrykk med variabel.

Merk at det skal være to ulike elevbesvarelser. Det kan innebefatte bruk av to ulike representasjonsformer eller to ulike måter å løse oppgavene på.

2 poeng. Kandidaten gir eksempel på to ulike elevbesvarelser, som korrekt angir alle løsningene, der den ene besvarelsen tar i bruk algebraisk uttrykk for eksempel 3x + 2. En annen elevbesvarelse kan være en illustrasjon der bruk av variabel fremgår.

1 poeng. Kandidaten gir kun en elevbesvarelse som korrekt angir alle løsningene.

Oppgave 6

Gitt likningen:

$$\boxed{2x + 2 = 10 + x}$$

a) Vis hvordan elever kan løse denne likningen systematisk ved *prøv-og-feil-metoden* (også kalt *gjett-og-sjekk-metoden*).

1 poeng. Kandidaten viser korrekt hvordan elever kan løse likningen systematisk ved prøv og feil metoden.

0 poeng. Kandidaten angir en prøv og feil metode uten tegn til systematikk i løsningsmetoden.

Prøv-og-feil-metoden er én strategi for å løse likninger. Ifølge LK20 i matematikk skal elever etter 7. trinn kunne:

> «bruke ulike strategiar for å løyse lineære likningar og ulikskapar og vurdere om løysingar er gyldige»[1]

[1] (UDIR, 2020, s. 10)

b) Løs den etterfølgende lineære likningen med to andre strategier, som er tilpasset elever på 7. trinn, enn *prøv-og-feil-metoden*:

$$\frac{2x}{5} + 3 = 5$$

2 poeng. Kandidaten løser likningen med to ulike strategier som begge er tilpasset 7. trinn og som viser at x = 5. Gyldige strategier kan for eksempel være å løse ved hjelp av symbolsk algebra og «hold over»-metoden. *Prøv-og-feil-metoden* gir ingen uttelling.

1 poeng. Kandidaten løser likningen med en strategi som er tilpasset 7. trinn. Gyldige strategier kan for eksempel være å løse ved hjelp av symbolsk algebra og «hold over»-metoden. *Prøv-og-feil-metoden* gir ingen uttelling.

Oppgave 7

Tabellen nedenfor angir figurtallene F_1 til F_5.

Figurtall	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
Antall prikker	2	6	12	20	30

a) Tegn figurene til F_3, F_4 og F_5 der det kommer tydelig frem av figurene at de har et generelt mønster som utvikler seg. Forklar den generelle mønsterutviklingen fra en figur til den neste.

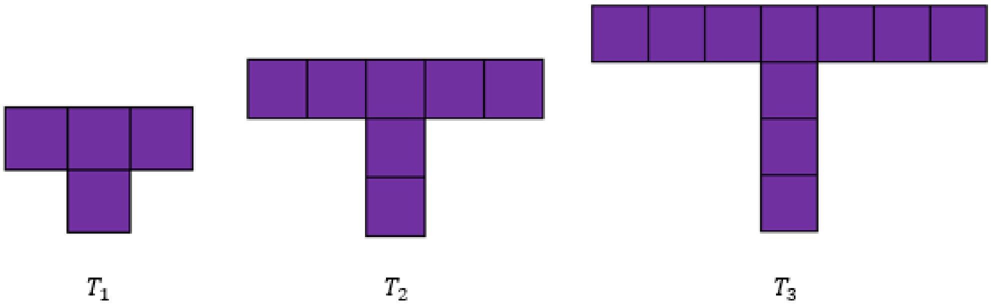
1 poeng. Kandidaten tegner de tre figurene og ut ifra kandidatens forklaring kommer den rekursive mønsterutviklingen tydelig frem. Begrepet rekursiv trenger ikke fremgå av kandidatens besvarelse for full uttelling.

0 poeng. Kandidaten tegner de tre figurene uten eller med manglende forklaring for hvordan den rekursive mønsterutviklingen kommer frem.

b) Bestem en eksplisitt formel F_n og vis hvordan du kommer frem til formelen.

1 poeng. Kandidaten viser hvordan han kommer frem til en riktig eksplisitt formel, $F_n = n(n+1)$, og viser hvordan formelen henger sammen med figurtallene som oppgitt i tabellen. Det gis også et poeng dersom kandidaten kobler den eksplisitte formelen til figurene tegnet i a).

Elever arbeider med det voksende mønstret i figurene som du ser nedenfor. T_n er totalt antall kvadratiske ruter i figurtall nummer *n*.



Elev 1:	$T_n = 3n + 1$
Elev 2:	$T_n = (n \cdot 4 + 1) - n$
Elev 3:	$T_n = 4 + 3(n - 1)$
Elev 4:	$T_n = (n + 1) \cdot 3 - 2$

c) Ta utgangspunkt i figurene ovenfor. Beskriv hvordan **to** av elevene kan ha tenkt for å komme frem til sin formel.

2 poeng. Kandidaten gir, med utgangspunkt i figurene, beskrivelse til to av elevenes formler som gir mening for hvordan hver av de to elevene kan ha tenkt med utgangspunkt i figurene.

1 poeng. Kandidaten gir en beskrivelse, med utgangspunkt i figurene, som gir mening for hvordan en av elevene kan ha tenkt med utgangspunkt i figurene.

0 poeng. Kandidaten gir en eller to forklaringer, men forklaringene er ikke koplet til figurene.

Oppgave 8

I arbeid med multiplikasjonsstrategien *dobling og halvering*, observerer en elev en sammenheng og kommer med følgende utsagn:

Man kan jo doble og man kan jo halvere hvilke som helst tall, om det er hele tall eller rasjonale tall. For eksempel så er $2 \cdot 12 = 4 \cdot 6$, og $14 \cdot 2{,}5 = 7 \cdot 5$. Dobling og halvering fungerer for alle tall.

a) Begrunner eleven hvorfor strategien *alltid* fungerer for multiplikasjon av *to vilkårlige faktorer*? Forklar hvorfor/hvorfor ikke.

1 poeng. Kandidaten gir en tilstrekkelig forklaring for at eleven *ikke* begrunner strategien tilstrekkelig.

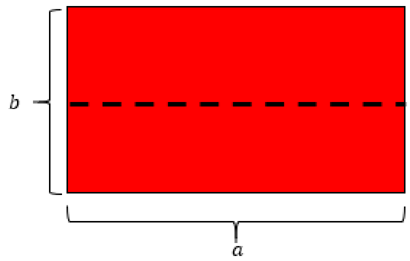
For eksempel er en fullgod besvarelse at kandidaten forklarer at eleven *ikke* argumenterer tilstrekkelig for at strategien *alltid* fungerer for multiplikasjon av to *vilkårlige* faktorer. Eleven fremstår derimot overbevist om at strategien fungerer for både hele og rasjonale tall, men eleven verken viser eller argumenterer tilstrekkelig for *hvorfor* produktene er ekvivalente. Eleven gir bare eksempler på at dette fungerer med noen utvalgte tall og argumenterer derfor ikke tilstrekkelig for at det *alltid* gjelder, for produkt av to *vilkårlige* faktorer.

b) Lag en illustrasjon som viser at strategien alltid fungerer for produkt av to vilkårlige positive faktorer. Forklar hvorfor illustrasjonen viser dette.

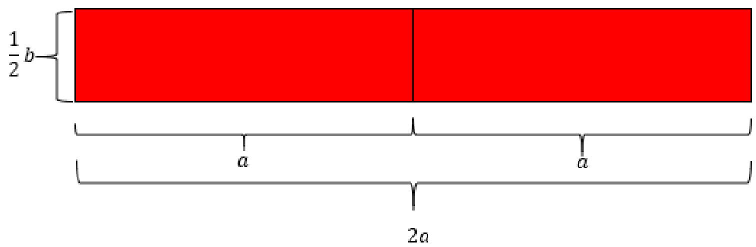
2 poeng. Kandidaten fremsetter en korrekt illustrasjon med forklaring. Kandidatens besvarelse trenger ikke inkludere en algebraisk likhet, $ab = 2a \cdot \frac{1}{2}b$, som løsningsforslaget gitt nedenfor for å oppnå 2 poeng.

1 poeng. Kandidaten fremsetter *enten* en korrekt illustrasjon *eller* forklaring.

For eksempel er en fullgod besvarelse at kandidaten illustrer med en arealmodell og forklarer at arealet er det samme selv om den ene lengden er halvert og den andre samtidig er doblet. For eksempel ved at det er gitt at *a* og *b* er vilkårlige positive faktorer kan vi vise at $ab = 2a \cdot \frac{1}{2}b$ med en illustrasjon der vi setter opp et rektangel med areal *ab* og halverer den ene sidelengden:



Den ene halvdelen plasseres i forlengelsen av den andre halvdelen, slik at vi får et rektangel med lengde $2a$ og bredde $\frac{1}{2}b$ som har nøyaktig samme areal som det rektangel vi startet med.



Oppgave 9

Gitt følgende elevutsagn:

Elev 1: «Når du trekker fra et tall som ikke er 0, så får du mindre enn det du startet med» Elev 2: «Hvis du legger sammen to tall så får du et tredje som er summen. Fra summen kan du subtrahere hvilken som helst av de to addendene og få den andre addenden»

Vurder om hvert av utsagnene er gyldig. Mener du utsagnet er gyldig, gi en generell begrunnelse. Mener du utsagnet ikke er gyldig, skal du gi et mot-eksempel.

2 poeng. Kandidaten tar korrekt stilling til begge utsagnene med tilstrekkelig begrunnelse.

Det første utsagnet er ikke gyldig for negative tall. Hvilket som helst negativt tall kan brukes som mot-eksempel. Det andre utsagnet er gyldig for alle tall på tallinjen. For eksempel kan det begrunnes generelt ved at hvis $a + b = c$ så er $c - a = b$ og $c - b = a$, eller for eksempel ved å vise det samme ved bruk av tallinje.

1 poeng. Kandidaten tar korrekt stilling til ett av utsagnene med tilstrekkelig begrunnelse.