SENSORVEILEDNING

NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER-UTDANNINGEN 1–7

BOKMÅL

Dato: 19.05.22

Eksamenstid: 09:00–13:30 (medregnet 30 minutter til å laste opp eventuelle bilder og kontrollere innsendingen av besvarelsen)

Hjelpemiddel: Alle

Veiledning til hvordan besvare eksamensoppgavene:

Du svarer på oppgavene i et tekstbehandlingsprogram, som for eksempel Word.

Du kan regne, tegne og skrive formler med symboler på papir eller i et tekstbehandlingsprogram. I besvarelsen kan du legge ved skjermbilde, bruke utklippsverktøy eller ta bilde med mobiltelefonen din, og sette det inn i én fil i et tekstbehandlingsprogram. Skriv alle tekstsvarene dine i den samme fila, og lever besvarelsen din som én enkelt fil i PDF-format. Det er ditt ansvar å sørge for at det går tydelig frem av besvarelsen hvordan du løste hver oppgave.

Husk å oppgi **kandidatnummeret** ditt øverst i besvarelsen. Eksamen er individuell. Samarbeid er ikke tillatt.

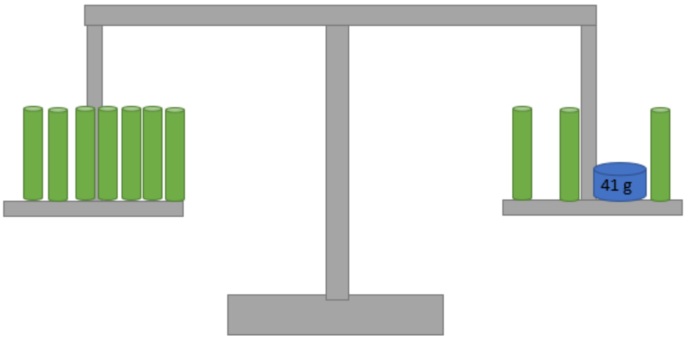
Antall oppgaver: 8
Antall deloppgaver: 19
Maksimalt antall poeng: 25

Tabellen viser maksimalt antall poeng pr. deloppgave.

Oppg.	1a	1b	1c	1d	2	3	4a	4b	5a	5b	5c	5d	6a	6b	7a	7b	7c	8a	8b
Poeng	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2

Oppgave 1

Skålvekten nedenfor er i balanse. I venstre skål er det syv grønne sylinderformede lodd. I høyre skål er det tre grønne sylinderformede lodd og ett lodd som veier 41 gram (g). Hvert av de grønne sylinderformede loddene veier like mye.

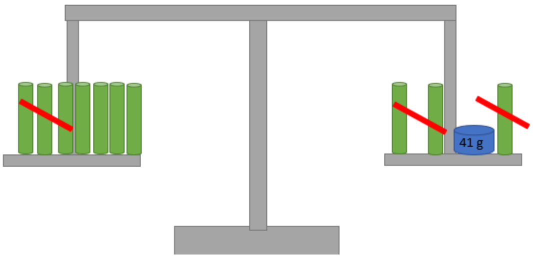


a) Uten å sette opp en likning eller bruke algebraisk notasjon for ukjente, beskriv hvordan elever kan bruke skålvekten ovenfor til å resonnere seg frem til hvor mye hvert av de grønne sylinderformede loddene veier.

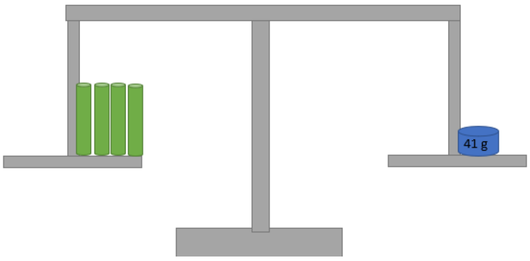
1 poeng. Kandidaten beskriver hvordan elever kan bruke skålvekten til å resonnere seg frem til hvor mye hvert av de grønne sylinderformede loddene veier.

Nedenfor er et eksempel på en fullgod besvarelse:

Tre sylinderformede lodd på høyre side veier like mye som tre sylinderformede lodd på venstre side.



Eleven kan fjerne tre like lodd på hver side. Det vil si at fire sylinderformede lodd veier til sammen 41 gram.



$$\frac{41}{4} = 10{,}25$$

Hvert av de grønne sylinderformede loddene veier derfor <u>10,25 gram</u> siden disse loddene veier like mye.

Kandidaten må ikke illustrere skålvekten slik som ovenfor for å få full uttelling. Det gis også 1 poeng selv om kandidaten ikke oppgir at vekten måles i gram.

0 poeng. Kandidaten besvarer oppgaven uten å vise hvordan elever kan bruke skålvekten.

b) Sett opp en tilhørende likning og løs oppgave a). Skriv hva den ukjente du innfører representerer i konteksten med skålvekten.

1 poeng. Kandidaten setter opp en godkjent likning og løser den riktig. Den ukjente defineres i henhold til konteksten som er gitt. Det gis også 1 poeng hvis kandidaten oppgir at den ukjente representerer vekten av et grønt sylinderformet lodd, men ikke oppgir at vekten måles i gram.

Nedenfor er et eksempel på en fullgod besvarelse:

Den ukjente, x, representerer vekt (i gram) til ett grønt sylinderformet lodd.

$$\begin{aligned}
&7x = 3x + 41 \\
&7x - 3x = 3x - 3x + 41 \\
&4x = 41 \\
&\frac{4x}{4} = \frac{41}{4} \\
&\underline{\underline{x = 10{,}25}}
\end{aligned}$$

0 poeng. Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke definerer den innførte ukjente. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten setter opp likningen feil, men får korrekt svar, eller motsatt.

c) Begrunn hvorfor modellen med skålvekten ovenfor ikke egner seg til å løse likningen:

$$3x - 21 = 6x + 6$$

1 poeng. Kandidaten begrunner hvorfor skålvekten ikke egner seg.

Nedenfor er et eksempel på en fullgod besvarelse:

Modellen med skålvekten egner seg ikke å bruke fordi negativ vekt (-21 gram) ikke gir mening når man skal plassere lodd på skålvekten.

0 poeng. En besvarelse der kandidaten for eksempel kun løser likningen og problematiserer svaret $x = -9$, gir 0 poeng.

Følgende to oppgaver ble gitt til elever:

Oppgave 1	Løs $3x - 7 = 8$
Oppgave 2	Trekk sammen $2x + 3 - 4x - 7$

d) Begrunn hvilken av oppgavene det er naturlig å knytte begrepet variabel til, og hvilken av oppgavene det er naturlig å knytte begrepet ukjent til.

2 poeng. Kandidaten begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, og at det er naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2.

Nedenfor er et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Oppgave 1 handler om å løse en likning. Når likningen løses, finner vi verdi(ene) som gjør uttrykkene på høyre- og venstresiden av likhetstegnet like. Før likningen løses er verdien(e) til bokstavene som gjør utsagnet sant ukjente for oss. Det er derfor naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1. Oppgave 2 handler om å trekke sammen et algebraisk uttrykk. Vi skal ikke løse en likning, og bokstaven *x* representerer uendelig med tall, som kan variere. Det er derfor naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2.

1 poeng. Kandidaten begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, eller begrunner tilstrekkelig at det er naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2. Kandidaten kan alternativt delvis begrunne at det er naturlig å knytte begrepet ukjent til oppgave 1, og delvis begrunne at det er naturlig å knytte begrepet variabel til oppgave 2. Med «delvis begrunnelse» menes at begrunnelsen har noen uklarheter.

0 poeng. Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun knytter begrepene variabel og ukjent til riktige oppgaver uten eller med for svak begrunnelse.

Oppgave 2

Gitt følgende:

Per holder 50 kroner i hånden og har resten av pengene sine i lommeboken. Kari har tre ganger så mye penger som det Per har i sin lommebok.

Vis hvordan du kommer frem til et algebraisk uttrykk for hvor mye penger Per og Kari har til sammen. Skriv hva variabelen du innfører representerer.

1 poeng. Kandidaten skriver hva innført variabel representerer og viser hvordan et korrekt algebraisk uttrykk settes opp basert på konteksten som er gitt.

Nedenfor er et eksempel på en fullgod besvarelse:

> Per har m kroner i lommeboken sin i tillegg til de 50 kronene i hånden sin, som svarer til at Per totalt har $m + 50$ kroner.
>
> Kari har nøyaktig tre ganger så mange kroner som Per har i sin lommebok. Kari har derfor $3m$ kroner.
>
> Summen av uttrykkene er:
>
> $$m + 50 + 3m = 4m + 50$$
>
> Et algebraisk uttrykk som representerer hvor mye penger de har til sammen er: $\underline{\underline{4m + 50}}$

0 poeng. Kandidaten skriver ikke hva variabelen som innføres representerer og/eller viser ikke hvordan et korrekt uttrykk kan settes opp for hvor mye penger Per og Kari har til sammen. For eksempel oppgir kandidaten at Kari har $3(m + 50)$, så de til sammen har $4m + 200$ kroner. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten bare oppgir et korrekt uttrykk uten å vise fremgangsmåten.

Oppgave 3

En lærer skriver opp følgende uttrykk på tavlen:

$$32 - 14 = 28 - 10$$
$$548 - 133 = 545 - 130$$

Sammenhengen eksemplifisert ovenfor kan skrives på generell form:

$$a - b = (a - c) - (b - c)$$

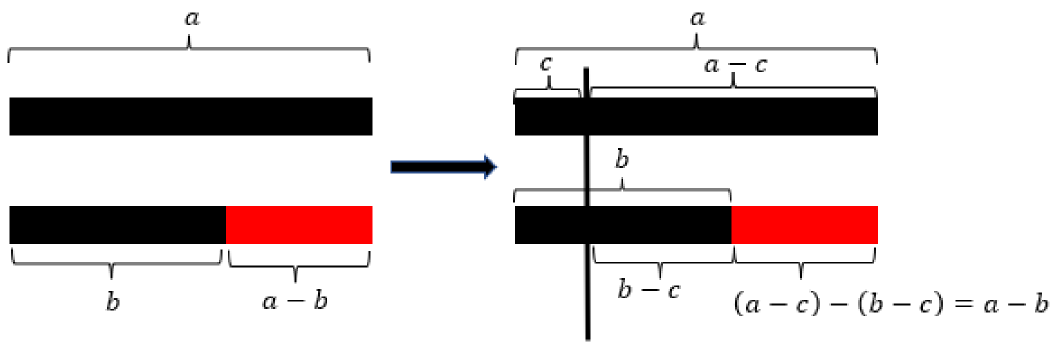
Med utgangspunkt i en illustrasjon, argumenter for at den generelle sammenhengen stemmer når $a > b > c > 0$.

2 poeng. Kandidaten bruker en illustrasjon som utgangspunkt til å argumentere for at den generelle sammenhengen stemmer. Det skal komme tydelig frem i besvarelsen at argumentet gjelder generelt, og ikke bare for et valgt eksempel.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Tenk på $a - b$ som differansen mellom lengdene på to pinner, som har lengder henholdsvis a og b. Hvis vi kutter en bit med lengde c av begge, som vist under, kan vi se at $(a - c) - (b - c)$ må være lik $a - b$ siden vi ikke har flyttet på pinnene.

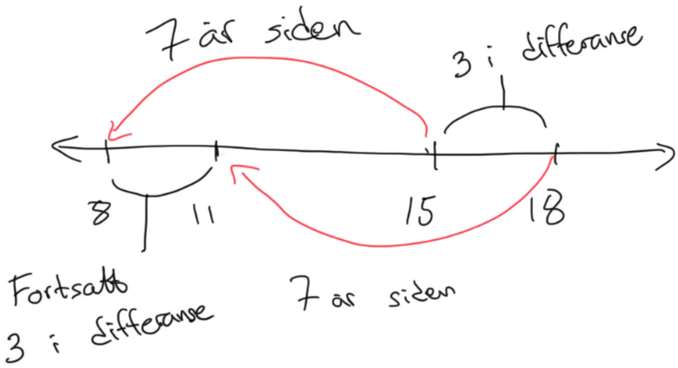


Eksempel 2:

Hvis jeg er 18 år og lillebroren min er 15 år, er aldersforskjellen $18 - 15$ år. For 7 år siden var jeg $18 - 7$ år og han var $15 - 7$ år, men vi hadde samme aldersforskjell da også, så:

$$18 - 15 = (18 - 7) - (15 - 7)$$

Dette kan illustreres ved hjelp av en tallinje. Et eksempel er gitt nedenfor:



Aldersforskjellen mellom oss er konstant, så vi kan trekke fra så mange år vi vil. Slik er det for søsken med en annen aldersforskjell også, så dette argumentet gjelder generelt for sammenhengen.

1 poeng. Kandidaten får frem sammenhengen ved bruk av et eksempel, som inkluderer en illustrasjon, men klarer ikke å løfte det til noe som gjelder generelt.

Et eksempel på en slik besvarelse kan være å bruke aldersforskjell-konteksten som vist over, uten at kandidaten løfter eksempelet til en generell sammenheng, slik som kreves for å oppnå 2 poeng:

Hvis jeg er 18 år og lillebroren min er 15 år, er aldersforskjellen $18 - 15$. For 7 år siden var jeg $18 - 7$ år og han $15 - 7$ år, men vi hadde samme aldersforskjell da også, så

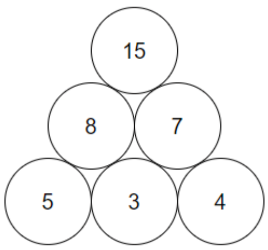
$$18 - 15 = (18 - 7) - (15 - 7)$$

Et eksempel på illustrasjon med tallinje er gitt i kriteriet for 2 poeng ovenfor og må også være med for 1 poeng, men ved oppnåelse kun av 1 poeng klarer ikke kandidaten å løfte det til noe som gjelder generelt.

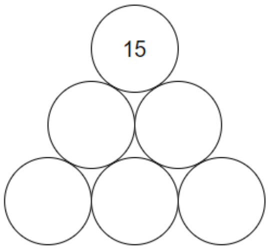
0 poeng. Kandidaten gir kun eksempler uten å få frem den aktuelle sammenhengen i disse, og/eller kandidaten har en mangelfull illustrasjon.

Oppgave 4

Nedenfor er et eksempel på en tallpyramide med regnearten addisjon:



Tallet i en sirkel svarer til summen av tallene i de to sirklene under. Du starter med tre vilkårlige tall i nederste rad som er valgt slik at summen på toppen fortsatt er 15.



a) Beskriv den generelle sammenhengen mellom de tre vilkårlige tallene i nederste rad og tallet 15 på toppen.

1 poeng. Kandidaten beskriver den generelle sammenhengen mellom de tre vilkårlige tallene i de tre nederste sirklene og tallet 15 på toppen.

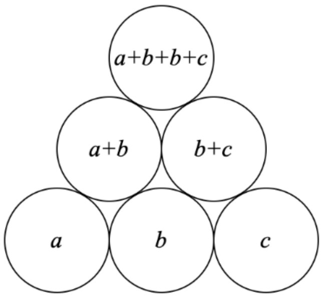
Nedenfor er tre eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1 – *uten* bruk av algebraiske symboler

Kandidaten beskriver hvordan tallet på toppen, 15, henger sammen med tallene vi setter inn i de tre nederste sirklene. Beskrivelsen må vise til at verdien av sirkelen i midten på den nederste raden blir telt to ganger, både når vi legger sammen venstre sirkel og den midterste, og når vi legger sammen høyre sirkel og den midterste. Dermed blir verdien av den øverste sirkelen alltid summen av de to nederste sirklene til henholdsvis høyre og venstre og to ganger verdien av sirkelen i midten.

Eksempel 2 – *med* bruk av algebraiske symboler

Kandidaten starter med a, b og c nederst og kommer frem til at $a + 2b + c = 15$. Dette kan eksempelvis gjøres ved å vise etasje for etasje hva de ulike summene blir for deretter å trekke sammen uttrykket og sette det lik 15.



Eksempel 3 – *med* bruk av algebraiske symboler

Kandidaten skriver inn a, b, c i nederste rad, og d og e i midterste rad og så skriver $a + b = d$ og $b + c = e$ og $d + e = 15$ og ender opp med sammenhengen mellom nederste og øverste rad: $a + 2b + c = 15$.

0 poeng. Det gis ikke poeng om kandidaten beskriver sammenhengen med konkrete tall og ikke generelt. Det gis ikke poeng for en besvarelse der kandidaten kun skriver $a + 2b + c = 15$ eller $a + 2b + c$ uten at sammenhengen med 15 kommer frem. Det gis heller ikke poeng der kandidaten skriver inn a, b, c i nederste rad, og d og e i midterste rad og så skriver $a + b = d$ og $b + c = e$ og $d + e = 15$, uten å ende opp med sammenhengen mellom nederste og øverste rad.

I arbeid med tabellen nedenfor spør du elever hvordan de kan bestemme, *uten først å fylle ut resten av tabellen*, hvilket tall som må stå i den skraverte ruten.

		144	152	160
168	176		192	200

b) Gi to ulike beskrivelser av hvordan elever kan bruke sammenhenger i tabellen til å bestemme det korrekte tallet i den skraverte ruten.

2 poeng. Kandidaten må gi to ulike og korrekte elevbeskrivelser, ved at elever for eksempel ser et mønster eller generaliserer en sammenheng i tabellen.

Et eksempel på en elevbeskrivelse kan være å vise til et mønster i hver kolonne hvor verdien i rutene endres med -40 når man går en rad opp, så svaret er $176 - 3 \cdot 40$. Den andre elevbeskrivelsen kan være å oppdage at tallene i tabellen er påfølgende tall i 8-gangen, der $144 = 8 \cdot 18$ og $152 = 8 \cdot 19$ og så videre, så da er svaret $7 \cdot 8$.

Et annet eksempel som også gir 2 poeng kan være at kandidaten gir to ulike elevbeskrivelser som for eksempel svarer til uttrykkene $144 - 2 \cdot 40 - 1 \cdot 8$ og $176 - 3 \cdot 40$ da disse regnes som ulike.

1 poeng. Kandidaten gir én korrekt elevbeskrivelse, ved at eleven for eksempel ser et mønster eller generaliserer en sammenheng i tabellen. Det gis kun 1 poeng dersom kandidaten gir to elevbeskrivelser som representerer samme mønster eller sammenheng i tabellen.

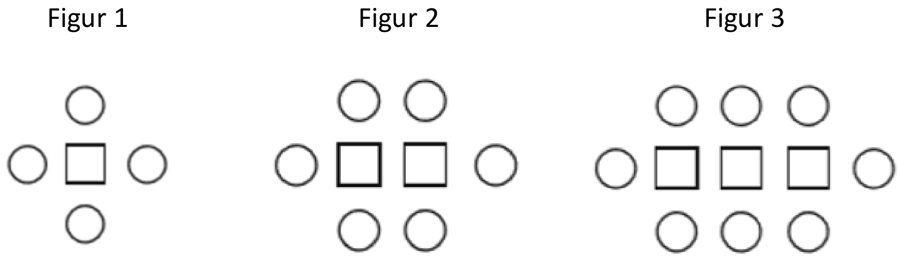
For eksempel kan kandidaten vise til at eleven ser et mønster $176 - 3 \cdot 40$ og $176 - 40 - 40 - 40$. Begge disse måtene representerer samme måten å se et mønster i tabellen.

0 poeng. Det gis null poeng om kandidaten bestemmer det ukjente tallet for eksempel kun ved å fylle ut tabellen uten å vise til mønstre eller sammenhenger.

Oppgave 5

Følgende figurtalloppgave ble gitt til elever på mellomtrinnet:

Figurene nedenfor viser hvordan bord og stoler settes sammen etter et mønster. For eksempel er figur 1 satt sammen av ett bord og fire stoler. Vi tenker oss at mønsteret fortsetter utover de tre første figurene.



Hvordan kan vi regne ut antall stoler når antall bord er kjent?

En elev svarer slik: «Man tar antall bord og legger til én. Deretter ganger man med to».

a) Svarer eleven riktig? Begrunn svaret ditt ved å bruke figurene 1–3, og tilpass begrunnelsen til elever på mellomtrinnet.

1 poeng. Kandidaten svarer at eleven svarer riktig, og kandidaten bruker figurene til å gi en tilstrekkelig god og elevtilpasset begrunnelse.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Ved å bruke elevsvaret, finner vi at antall stoler er $(1 + 1) \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$ på figur 1, at antallet er $(2 + 1) \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6$ på figur 2 og at antallet er $(3 + 1) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ på figur 3. Dette er riktig for hver av de tre figurene, og siden mønsteret fortsetter er det mest sannsynlig riktig for påfølgende figurer også. Eleven svarer riktig.

Eksempel 2:

Første del av elevpåstanden «man tar antall bord og legger til én» representerer stolene på den ene langsiden av bordrekken samt den ene endestolen. Det ser vi gjelder for alle figurene. Siste del av elevpåstanden «deretter ganger man med to» medfører at en inkluderer stolene på den andre langsiden samt den andre endestolen, som også gjelder for alle figurene. Eleven svarer riktig.

Kandidaten trenger ikke å gjenta oppgaveteksten om at mønsteret fortsetter utover de tre figurene.

0 poeng. Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun svarer at elevsvaret er riktig (uten begrunnelse) eller påstår at elevsvaret er feil.

b) Ta utgangspunkt i læreplanen i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05) i LK20 til å gi to begrunnelser for at slike figurtalloppgaver passer på mellomtrinnet. Henvis tydelig til læreplanen.

2 poeng. Kandidaten gir to tilstrekkelige begrunnelser for at slike figurtalloppgaver passer elever på mellomtrinnet, og kandidaten henviser tydelig til læreplanen i matematikk. Kandidaten trenger ikke å ha riktig kildehenvisning. For å få 2 poeng kreves det at henvisningene til læreplanen koples til figurtalloppgaver.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

På figurtalloppgaver av denne typen identifiserer elever mønstre og kommuniserer sammenhenger på et matematisk språk. I læreplanen for matematikk står det under kjerneelementet 'utforsking og problemløsning' at "... matematikk handler om at elevane leiter etter mønster, finn samanhengar og ...". Under 'grunnleggende ferdigheter' og den muntlige ferdigheten står det at "Utviklinga av munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å bruke kvardagsspråk til gradvis å bruke eit meir presist matematisk språk".

Eksempel 2:

Figurtalloppgaver av denne typen handler om å utforske sammenhenger i mønstre, og denne utforskingen er en forutsetning for at elevene skal kunne generalisere. I læreplanen for matematikk står det under 'kompetansemål og underveisvurdering' etter 6. trinn at "Elevane viser og utviklar og kompetanse i faget når dei bruker ulike representasjonar og strategiar for å utforske samanhengar i arbeid med mønster, geometriske figurar ...". Under kjerneelementet 'matematiske kunnskapsområde' står det at "Algebra handlar om å utforske strukturar, mønster og relasjonar og er ein viktig føresetnad for at elevane skal kunne generalisere og modellere i matematikk".

1 poeng. Kandidaten bruker læreplanen i matematikk til å gi bare én tilstrekkelig begrunnelse for at slike figurtalloppgaver passer elever på mellomtrinnet. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten bruker læreplanen i matematikk til å gi to «delvise begrunnelser». Med «delvis begrunnelse» menes at begrunnelsen har noen uklarheter. Et eksempel på en delvis begrunnelse er at kandidaten bare viser til læreplanen uten eksplisitt å kople det til figurtalloppgaver.

c) Hvor mange bord trengs for å ha sitteplass til 33 personer? Vis hvordan du kommer frem til svaret.

1 poeng. Kandidaten viser tilstrekkelig godt hvordan man bestemmer antall bord som trengs. Uansett løsningsmetode så må kandidaten konkludere med at antall bord er 16.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

Det sitter én person på hver endestol. Det betyr at det skal sitte $33 - 2 = 31$ personer på de to «langsidene». På hvert bord kan det sitte 1 person på hver «langside». Siden $16 \cdot 2 = 32$ må vi bruke 16 bord for å ha sitteplass til 33 personer (det blir én plass til overs).

Eksempel 2:

Vi lar x betegne antall bord som trengs. Vi kan da sette opp likningen $2x + 2 = 33$ og løse den

$$2x + 2 = 33$$
$$2x = 31$$
$$x = 15{,}5$$

Dette betyr at vi må ha 16 bord for å ha sitteplass til 33 personer (det blir én plass til overs).

0 poeng. Det gis 0 poeng dersom ingen av måtene er tilstrekkelige, det vil si at det gis ikke poeng dersom bare riktig svar oppgis.

d) Bruk figurene til å vise, på to ulike måter, hvordan du kommer frem til en eksplisitt formel for antall stoler når antall bord er kjent. Tydeliggjør sammenhengen mellom figurene og formelen.

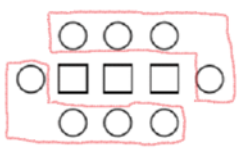
2 poeng. Kandidaten bruker figurene på en hensiktsmessig måte til å vise hvordan man, på to ulike måter, kommer fram til en eksplisitt og riktig formel for antall stoler når antall bord er kjent.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:

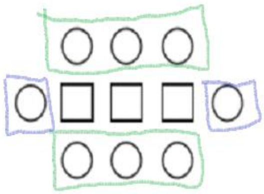
Med utgangspunkt i elevsvaret ser vi at antall stoler på for eksempel figur 3 kan bestemmes ved å tenke at man har to grupper med én mer enn antall bord. De to gruppene er markert med rødt

Figur 3



Ved å tenke slik, finner vi at på figur 3 er antall stoler lik $2 \cdot (3 + 1)$. Dette mønsteret fortsetter. Hvis b betegner antall bord og s betegner antall stoler, får vi formelen $s = 2 \cdot (b + 1)$ for antall stoler når antall bord er kjent.

Eksempel 2:
Vi kan ta utgangspunkt i at det er like mange stoler på hver langside av det sammensatte bordet som det er bord. Nedenfor har vi på figur 3 markert dette med grønt. I tillegg har vi én stol på hver kortside, markert med blått.



Ved å tenke slik, finner vi at på figur 3 er antall stoler lik $2 \cdot 3 + 1 + 1 = 2 \cdot 3 + 2$. Dette mønsteret fortsetter. Hvis b betegner antall bord og s betegner antall stoler, får vi formelen $s = 2b + 2$ for antall stoler når antall bord er kjent.

1 poeng. Kandidaten bruker figurene på en hensiktsmessig måte til å vise hvordan man på én måte kommer fram til en eksplisitt og riktig formel for antall stoler når antall bord er kjent. Det gis også 1 poeng dersom kandidaten kommer fram til en eksplisitt og riktig formel på to ulike måter, men uten å bruke figurene på en hensiktsmessig måte.

0 poeng. Det gis 0 poeng om kandidaten bare oppgir korrekte eksplisitte formler uten å vise hvordan disse er kommet frem til og uten tydeliggjøring av sammenhengen mellom formelen og figurer.

Oppgave 6

Elever fikk følgende oppgave:

Finn heltallsverdier for a og b slik at $(a + 4)\ (b - 4) = 24$

Noen elever setter mer eller mindre vilkårlig inn tall for a og b.

a) Beskriv hvordan elever kan utnytte faktorisering av 24 til å finne to eksempler på heltallsverdier for a og b slik at $(a + 4)\ (b - 4) = 24$.

1 poeng. Kandidaten beskriver hvordan elever deler 24 inn, i dette tilfellet, i to faktorer $(a + 4)$ og $(b - 4)$ og utnytter dette til å finne to eksempler på heltallsverdier for a og b.

24 kan for eksempel faktoriseres som:

$$(8 \cdot 3) \text{ og } (6 \cdot 4)$$

Elevene kan dermed undersøke hvilke verdier for a og b som gjør at $(a + 4)$ og $(b - 4)$ har verdier tilsvarende faktorene i de to ovennevnte eksemplene. Dette gir følgende heltallsløsninger for a og b:

$$(8 \cdot 3) \text{ gir } a = 4, b = 7$$

$$(6 \cdot 4) \text{ gir } a = 2, b = 8$$

0 poeng. Det gis 0 poeng dersom kandidaten beskriver hvordan elever kan utnytte faktorisering av 24 til kun å finne ett eksempel på heltallsverdier for a og b slik at $(a + 4)\ (b - 4) = 24$. Det gis også 0 poeng om kandidaten gir to eksempler på heltallsverdier for a og b, uten å beskrive hvordan elever kan utnytte faktorisering av 24.

b) Det finnes totalt 16 par av heltallsverdier a og b slik at $(a+4)\,(b-4) = 24$. Forklar hvordan man kan finne de 16 tallparene.

1 poeng. Kandidaten forklarer hvordan man kan finne alle 16 par av heltallsverdier for a og b. Det kreves ikke at kandidaten eksplisitt angir alle verdiene for a og b.

Nedenfor er to eksempler på fullgode besvarelser:

Eksempel 1:
Kandidaten finner faktoriseringer av 24 som

$$1 \cdot 24$$
$$2 \cdot 12$$
$$4 \cdot 6$$
$$8 \cdot 3$$

Videre forklarer kandidaten at man for hver faktorisering kan bytte rekkefølge på faktorene, som gir 8 løsninger der a og b er positive heltall. Begge faktorer være negative. Dette gir i alt 16 faktoriseringer av 24, og ved å sette $a+4$ lik første faktor og $b-4$ lik andre faktor finner man totalt 16 par av heltallsverdier for a og b.

Eksempel 2:
Kandidaten forklarer hvordan man kan finne de 16 løsningene ved å liste opp alle faktoriseringer av 24:

$1 \cdot\ 24$ og $(-1)\cdot(-24)$ gir henholdsvis $a = -3$ og $b = 28$, og $a = -5$ og $b = -20$

$2 \cdot\ 12$ og $(-2)\cdot(-12)$ gir henholdsvis $a = -2$ og $b = 16$, og $a = -6$ og $b = -8$

$3 \cdot 8$ og $(-3)\cdot(-8)$ gir henholdsvis $a = -1$ og $b = 12$, og $a = -7$ og $b = -4$

$4 \cdot 6$ og $(-4)\cdot(-6)$ gir henholdsvis $a = 0$ og $b = 10$, og $a = -8$ og $b = -2$

$6 \cdot 4$ og $(-6)\cdot(-4)$ gir henholdsvis $a = 2$ og $b = 8$, og $a = -10$ og $b = 0$

$8 \cdot 3$ og $(-8)\cdot(-3)$ gir henholdsvis $a = 4$ og $b = 7$, og $a = -12$ og $b = 1$

$12 \cdot 2$ og $(-12)\cdot(-2)$ gir henholdsvis $a = 8$ og $b = 6$, og $a = -16$ og $b = 2$

$24 \cdot 1$ og $(-24)\cdot(-1)$ gir henholdsvis $a = 20$ og $b = 5$, $a = -28$ og $b = 3$

0 poeng. Kandidaten lister opp alle faktoriseringer av 24, men får ikke frem at hver faktorisering gir et par av heltallsverdier for a og b og dermed totalt 16 løsninger.

Oppgave 7

En elev forenklet følgende uttrykk feil:

$$\frac{x+x}{x} = \frac{x+\cancel{x}}{\cancel{x}} = \underline{\underline{x}}$$

Forklar om hver x-verdi gitt i a), b) og c) egner seg eller ikke for å vise at forenklingen er feil.

a) $x = 0$

1 poeng. Kandidaten forklarer at x-verdien 0 ikke egner seg fordi 0 i nevner er udefinert.

0 poeng. Kandidaten oppgir kun at x-verdien 0 ikke egner seg.

b) $x = 1$

1 poeng. Kandidaten forklarer at x-verdien 1 egner seg fordi eleven kan se at $\frac{1+1}{1} \neq 1$.

0 poeng. Kandidaten oppgir kun at x-verdien 1 egner seg.

c) $x = 2$

1 poeng. Kandidaten forklarer at x-verdien 2 ikke egner seg fordi eleven fortsatt kommer frem til samme verdi: $\frac{2+2}{2} = 2$

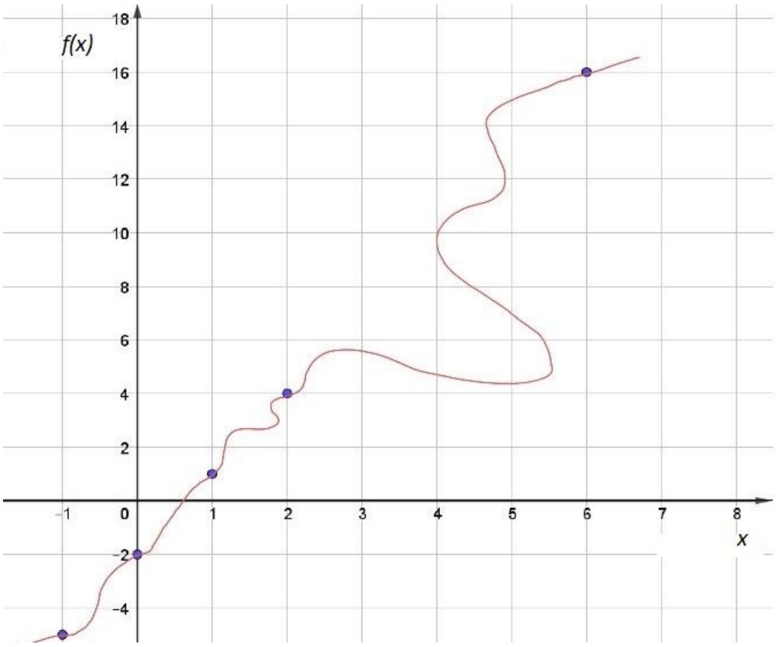
0 poeng. Kandidaten oppgir kun at x-verdien 2 ikke egner seg.

Oppgave 8

Læreren leker «gjett-hvilken-funksjon-jeg-er» med elever på mellomtrinnet. Elevene foreslår et tall x, og læreren gir funksjonsverdien $f(x)$. Elevene noterer ned tallparene som gir denne tabellen:

x	$f(x)$
1	1
6	16
2	4
0	-2
-1	-5

En elev plotter punktene i et koordinatsystem og foreslår at grafen til funksjonen kan se slik ut:



a) Begrunn hvorfor eleven sin graf ikke kan representere en funksjon av x.

1 poeng. Kandidaten gir en korrekt begrunnelse der det kommer frem at eleven sin graf *ikke* representerer en funksjon av x fordi den ikke tilfredsstiller kravet om at hver x-verdi gir en entydig funksjonsverdi.

0 poeng. Det gis 0 poeng, uavhengig av om svaret er riktig, dersom begrunnelse mangler eller er feil. Et eksempel på feil begrunnelse er at kandidaten begrunner utelukkende basert på at grafen ikke er en rett linje.

b) Anta at f er en rett linje, bestem riktig funksjonsuttrykk $f(x)$ på to ulike måter.

2 poeng. Kandidaten bestemmer riktig funksjonsuttrykk $f(x) = 3x - 2$ på to ulike måter.

For eksempel vil en måte være å tegne punktene i et koordinatsystem, trekke opp en linje gjennom dem og lese av stigningstallet og skjæringspunktet med y-aksen grafisk. En annen måte er å bruke på x-verdiene fra -1 til 2, som gir fire punkter der x-verdien øker med 1 for hvert punkt. Da ser vi at y-verdien øker med 3 mellom hvert punkt, så stigningstallet er 3. Siden $f(0) = -2$ må uttrykket være $f(x) = 3x - 2$. Bruk av likning og topunktsformel er også godkjente måter å løse oppgaven på.

1 poeng. Kandidaten viser kun én korrekt måte å komme frem til riktig funksjonsuttrykk.