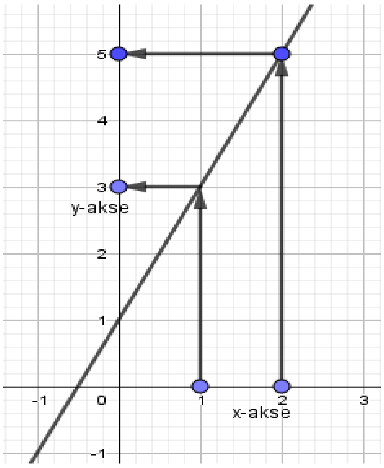
Sensorveiledning – nasjonal deleksamen GLU5–10, 30.11.22

Maksimal poengsum er 30 poeng. Merk at noen oppgaver skåres 1 eller 0, og andre 2, 1 eller 0.

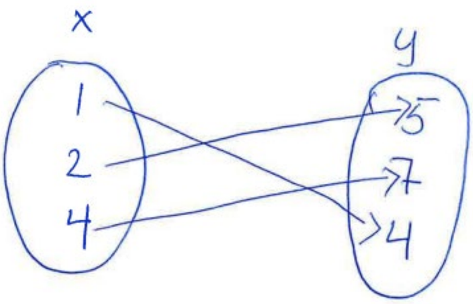
Oppgave 1a)
2 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hva en funksjon er ved hjelp av en illustrasjon og tilhørende ordforklaring som er tilpasset 8. trinn. Nedenfor er det tre eksempler.

Eksempel 1: Bruk av graf



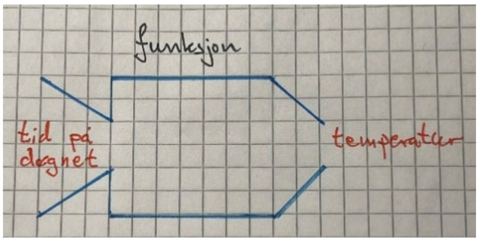
Illustrasjonen viser at det for hver x-verdi eksisterer bare ett punkt på grafen med én tilhørende y-verdi. Dette illustrerer vi ved å tegne en pil fra x-verdien opp til grafen og inn til y-verdien. Pila fra x-verdien treffer grafen kun på ett sted. y er en funksjon av x.

Eksempel 2: Bruk av mengder



Illustrasjonen viser to mengder der hver x-verdi vi velger gir én og bare én y-verdi. Dette illustrerer vi ved å tegne piler fra x-verdiene til de tilhørende y-verdiene. y er en funksjon av x.

Eksempel 3: Bruk av funksjonsmaskin



Illustrasjonen viser at det for ethvert tidspunkt på døgnet eksisterer én og bare én temperatur. Temperaturen er en funksjon av tiden på døgnet.

1 poeng
Kandidaten lager enten en tilfredsstillende illustrasjon, men hvor ordforklaringen inneholder noen unøyaktigheter, eller en tilfredsstillende ordforklaring, men hvor illustrasjonen inneholder noen unøyaktigheter.
Det gis 0 poeng dersom både illustrasjonen og ordforklaringen inneholder noen unøyaktigheter, eller ikke er tilpasset 8. trinn. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten kun lager en illustrasjon eller kun gir en ordforklaring.

Oppgave 1b)
2 poeng

Kandidaten begrunner at påstanden til elevene er riktig ved å relatere den til lærebokdefinisjonen på en tilfredsstillende måte. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1: Vi tar utgangspunkt i lærebokdefinisjonen, at $x \cdot y = a$. At den ene verdien dobles og den andre halveres kan da uttrykkes som $2x \cdot \frac{1}{2}y = \frac{2x \cdot y}{2} = x \cdot y = a$. Det viser at elevens påstand er riktig.

Eksempel 2: Vi tar utgangspunkt i at prisen for et dagskort i en alpinbakke er 460 kr. Vi lar x være antallet turer per dag, og y være prisen per tur. Det gir følgende sammenheng mellom x og y

x (antall turer)	1	2	4
y (pris per tur)	460	230	115

Elevens påstand om dobling og halvering eksemplifiseres ved at når antallet turer dobles, skjer en halvering av prisen per tur.

I de tre eksemplene, $1 \cdot 460 = 460$, $2 \cdot 230 = 460$ og $4 \cdot 115 = 460$, ser vi at sammenhengen mellom x og y kan relateres til lærebokdefinisjonen, der $x \cdot y = a$, hvor 460 tilsvarer a. Det vil si at eleven sin påstand er riktig.

1 poeng

Kandidaten begrunner at elevens påstand er riktig, men begrunnelsen er noe mangelfull. Et eksempel på det er å ikke relatere elevens påstand til lærebokdefinisjonen.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun svarer at elevens påstand er riktig. Det gis også 0 poeng dersom kandidaten svarer at elevens påstand er feil.

Oppgave 1c)
2 poeng

Kandidaten begrunner på en tilfredsstillende måte at i), ii) og iii) representerer omvendt proporsjonalitet, og at iv) ikke gjør det. Nedenfor er to eksempler.

Eksempel: Bruk av algebra

Vi undersøker om i)–iv) kan skrives på formen $x \cdot y = a$, som samsvarer med lærebokdefinisjonen.

i) $y = \frac{4,5}{x} \Leftrightarrow x \cdot y = 4,5$
x og y er omvendt proporsjonale med $a = 4,5$

ii) $x = \frac{4}{y} \Leftrightarrow x \cdot y = 4$
x og y er omvendt proporsjonale med $a = 4$

iii) $xy - 8 = 0 \Leftrightarrow x \cdot y = 8$
x og y er omvendt proporsjonale med $a = 8$

iv) $y = \frac{10}{x+5} \Leftrightarrow x \cdot y + 5y = (x + 5) \cdot y = 10.$

x og y er ikke omvendt proporsjonale fordi iv) ikke kan skrives på formen $x \cdot y = a.$

Eksempel: Tallutforskning

i) $y = \frac{4,5}{x}$, innsetting i tabell viser at når x dobles halveres y

x	0,5	1	2
y	9	4,5	2,25

Tilsvarende innsettinger for de andre tre tilfellene for å begrunne at i)–iii) representerer omvendt proporsjonalitet, mens iv) ikke representerer omvendt proporsjonalitet.

1 poeng

Kandidaten begrunner på en tilfredsstillende måte tre av i)–iv).

Det gis 0 poeng om kandidaten begrunner på en tilfredsstillende måte bare to eller færre av i)–iv).

Oppgave 1d)
1 poeng
Kandidaten viser en tilfredsstillende framgangsmåte og finner riktig verdi av p og av q.
Nedenfor er det et eksempel.

Vi kan finne det konstante forholdet mellom x og y fra tabellen ved å regne ut $\frac{y}{x} = \frac{10}{4} = 2,5.$
Vi finner så p ved likningsløsning: $2,5 = \frac{p}{8} \Leftrightarrow p = 2,5 \cdot 8 = 20$

Vi finner q på tilsvarende måte: $2{,}5 = \frac{45}{q} \Leftrightarrow q = \frac{45}{2{,}5} = 18$

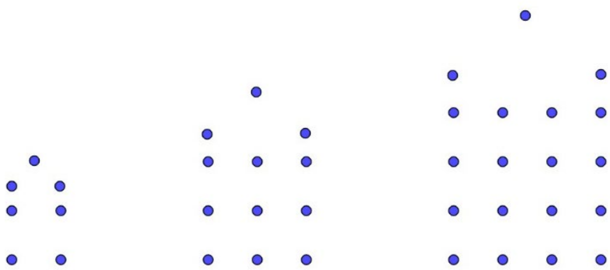
Det kan også gis 1 poeng om kandidaten bruker andre framgangsmåter, for eksempel «gjett og sjekk», til å finne riktig verdi av p og av q.

Det gis 0 poeng om kandidaten kun finner riktig verdi av p og av q uten å vise framgangsmåte, eller finner riktig verdi bare for én eller ingen av dem.

Oppgave 2a)
2 poeng

Kandidaten tegner tre figurer som får fram et mønster, og kandidaten beskriver sammenhengen mellom figurnummeret og antallet prikker i figuren på en tilfredsstillende måte. Nedenfor er det to eksempler.

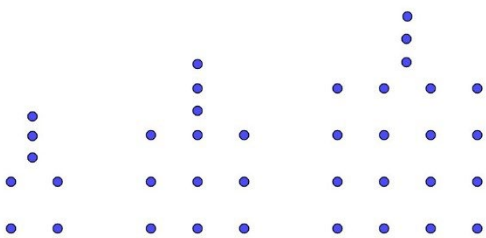
Eksempel 1



F_1 F_2 F_3

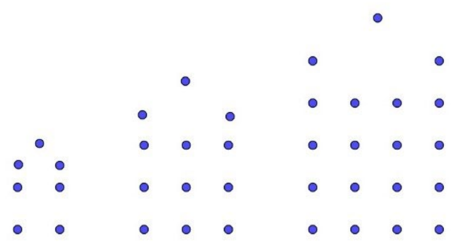
Vi tegner tre figurer som likner hus. Figurene består av kvadrater med sidelengder lik 1 prikk mer enn figurnummeret og et tak som alltid består av 3 prikker. For eksempel består F_1 av et kvadrat med sidelengde 2 og et tak som består av 3 prikker.

Eksempel 2



Vi tegner figurer som likner hus. Figurene består av kvadrater med sidelengder lik 1 prikk mer enn figurnummeret og en pipe som alltid består av 3 prikker.

1 poeng
Kandidaten tegner tre figurer som får fram et mønster, men ordbeskrivelsen inneholder noen unøyaktigheter. Et eksempel er å ikke tydeliggjøre sammenhengen mellom figurnummeret og antallet prikker i figuren. Nedenfor er det et eksempel.



Vi tegner tre figurer som likner hus. Figurene består av kvadrater og et tak som alltid består av 3 prikker.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun tegner figurer.

Oppgave 2b)
1 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan en kommer fram til at antallet prikker i F_{10} er 124. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1: Vi ser på figurene fra svaret i a) og konkluderer med at F_{10} består av et kvadrat med sidelengde bestående av 11 prikker og en pipe med 3 prikker. Antallet prikker i F_{10} er da $11^2 + 3 = 121 + 3 = 124$.

Eksempel 2: Vi ser på tallfølgen $7, 12, 19, 28, 39, \dots$, og finner at differansen mellom leddene er $5, 7, 9, 11, \dots$, dvs. differansen vokser alltid med 2. Da kan vi finne ledd nummer 10 ved å addere oppover til vi kommer til F_{10}.
$39 + 13 = 52, 52 + 15 = 67, 67 + 17 = 84, 84 + 19 = 103, 103 + 21 = 124.$

Oppgave 2c)
1 poeng
Kandidaten gir en tilfredsstillende ordbeskrivelse av en generell utvikling fra et ledd til det neste i tallfølgen (rekursiv utvikling). Nedenfor er det to eksempler.

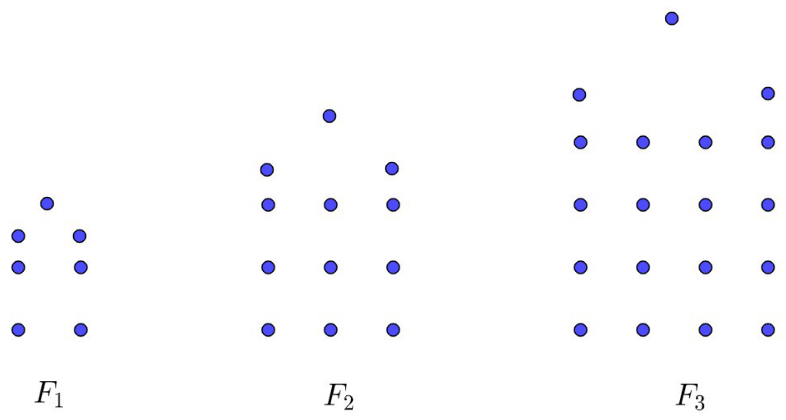
Eksempel 1: Leddene i tallfølgen øker med henholdsvis 5, 7, 9, 11, … . Disse tallene representerer oddetallene fra 5 og oppover.

Eksempel 2: Differansen mellom påfølgende ledd øker med 2, og første differanse er lik 5.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun skriver at «leddene øker med 5, 7, 9, 11» eller på annen måte ikke får fram det generelle i utviklingen fra et ledd til det neste.

Oppgave 2d)
2 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan en finner en riktig eksplisitt formel for det n-te leddet i tallfølgen på to ulike måter. Nedenfor er det tre eksempler på ulike framgangsmåter.

Eksempel 1: Vi tar utgangspunkt i figurene fra svaret i a).



Figurene består av et kvadrat med sidelengde $n + 1$ og tre prikker i «taket» (som vi kan se i for eksempel de tre første figurene: $4 + 3,\ 9 + 3,\ 16 + 3$), der n er figurtallnummeret. Det vil si at det er et kvadrattall pluss 3. Vi kaller det n-te leddet i tallfølgen for f_n, og det tilsvarer antallet prikker i figur F_n. Vi får da følgende eksplisitte formel: $f_n = (n + 1)^2 + 3$.

Eksempel 2: Vi tar utgangspunkt i tallfølgen 7, 12, 19, 28, 39, … og skriver leddene som $1 + 6,\ 4 + 8,\ 9 + 10,\ 16 + 12,\ 25 + 14\ldots$. Hvert ledd består av et kvadrattall og et partall. Ledd nummer n består av kvadrattall nummer n og partall nummer $n + 2$. Dette gir følgende eksplisitte formel, f_n, for det n-te leddet i tallfølgen: $f_n = n^2 + 2(n + 2)$.

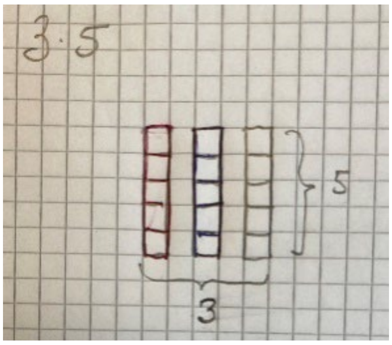
Eksempel 3: Vi tar utgangspunkt i tallfølgen 7, 12, 19, 28, 39, … og skriver leddene som $9 - 2,\ 16 - 4,\ 25 - 6,\ 36 - 8,\ 49 - 10$. Hvert ledd består av et kvadrattall minus et partall. Ledd nummer n består av kvadrattall nummer $n + 2$ minus partall nummer n. Dette gir følgende eksplisitte formel, f_n, for det n-te leddet i tallfølgen: $f_n = (n + 2)^2 - 2n$.

1 poeng
Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte hvordan en finner en riktig eksplisitt formel for det n-te leddet i tallfølgen på bare én måte, eller finner en eksplisitt formel på to ulike måter, men uten å vise begge framgangsmåtene på en tilfredsstillende måte.

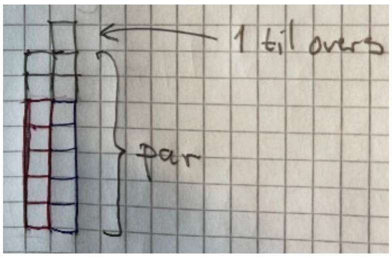
Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun oppgir en eksplisitt formel.

Oppgave 3a)
2 poeng
Kandidaten gir et tilfredsstillende talleksempel med tilhørende illustrasjoner og ordforklaringer, slik at andre elever kan forstå at påstanden er riktig. Nedenfor er det et eksempel.

Vi velger de to oddetallene 3 og 5 og illustrerer produktet $3 \cdot 5$ som 3 blokker med 5 ruter i hver



Disse 15 rutene kan plasseres i 7 par med 1 til overs, som illustrerer at det er et oddetall slik



Det kan også gis 2 poeng om oddetallene er like, så lenge de tilhørende illustrasjonene og ordforklaringene er tilfredsstillende, og slik at andre elever kan forstå at påstanden er riktig.

1 poeng
Kandidaten gir et talleksempel med tilhørende illustrasjoner og ordforklaringer, men med enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er manglende samsvar mellom illustrasjon(er) og ordforklaring(er).

Det gis 0 poeng dersom kandidaten ikke bruker illustrasjon.

Oppgave 3b)
2 poeng

Kandidaten viser algebraisk at elevpåstanden gjelder for to vilkårlige oddetall. Nedenfor er det et eksempel.

Vi definerer det første oddetallet som $2n + 1$ og det andre oddetallet som $2m + 1$, der n og m er vilkårlige heltall. Vi kan da utføre multiplikasjonen $(2n + 1) \cdot (2m + 1) = 4nm + 2n + 2m + 1$ og skrive det som $2(2nm + n + m) + 1$, som viser at produktet av to vilkårlige oddetall er et oddetall.

1 poeng

Kandidaten viser algebraisk at elevpåstanden gjelder for to vilkårlige oddetall, men med enkelte unøyaktigheter. Et eksempel på en unøyaktighet er å bruke den samme variabelen for begge variabeluttrykkene. Nedenfor er det et eksempel.

Vi definerer de to vilkårlige oddetallene som $2n + 1$ og $2n + 1$, der n er et vilkårlig heltall. Vi kan da utføre multiplikasjonen $(2n + 1) \cdot (2n + 1) = 4n^2 + 4n + 1$ og skrive det som $2(2n^2 + 2n) + 1$, som viser at produktet av to oddetall er et oddetall.

Det gis 0 poeng om kandidaten forsøker å vise det algebraisk ved bare å gi talleksempler.

Oppgave 4
2 poeng

Kandidaten avgjør at eleven svarte feil på i) og ii), og riktig på iii) og iv), og beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan eleven kan ha tenkt på hver oppgave. Nedenfor er det et eksempel.

i) Eleven gjennomfører først multiplikasjonen 7 · 2 = 14, adderer så 6 + 3 = 9, og utfører deretter subtraksjon 14 – 9 = 5, som er feil svar på oppgaven. Det kan se ut som eleven forestiller seg at det står en parentes rundt 6 + 3 og regner ut 7 · 2 – (6 + 3) = 14 – 9 = 5, som er riktig om det hadde stått en parentes, men som altså ikke er svar på den opprinnelige oppgaven. Eleven regner feil. Riktig regning er å gjennomføre multiplikasjonen først, deretter subtrahere 6 og addere 3, og riktig svar er 11.)

ii) Eleven kan ha gjennomført divisjonen inni parentesen først og fått 2, som så adderes med 5 og blir 7, for deretter å gjennomføre subtraksjonen 9 – 7 = 2, som er feil svar på oppgaven. Riktig regning, etter korrekt å ha utført divisjonen inni parentesen, er: 9 – 5 + 2 = 4 + 2 = 6. Eleven kan ha forestilt seg et ekstra sett av parenteser og beregner 9 – (5 + (16 : 8)) = 9 – (5 + 2) = 9 – 7 = 2, som ikke er svar på den opprinnelige oppgaven.

iii) Eleven kan ha regnet ut divisjonen og fått 8 og deretter 9 + 8 – 1 = 17 – 1 = 16, som er riktig. Prioriteringsreglene er dermed brukt riktig.

iv) Eleven kan ha regnet ut multiplikasjonen inni parentesen først og fått 14, som så adderes med 3 som gir 17. Dette subtraheres fra 17 og eleven får 0, som er riktig svar.

1 poeng

Kandidaten avgjør at eleven svarte feil på i) og ii), riktig på iii) og iv), men beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan eleven kan ha tenkt på kun to eller tre av i)–iv).

Det gis 0 poeng om kandidaten beskriver på en tilfredsstillende måte hvordan eleven kan ha tenkt på kun én av i)–iv), eller mangler beskrivelser av hvordan eleven kan ha tenkt.

Oppgave 5 a)
1 poeng

Kandidaten avgjør at alle elevsvarene bortsett fra ii), viser at eleven mest sannsynlig har forstått hvordan en kommer fram til riktig svar (tenkt riktig).

Oppgave 5 b)
1 poeng

Kandidaten lager et riktig funksjonstuttrykk. Nedenfor er det et eksempel.

La *x* være antall brownies og *y* antall kopper kakao. Funksjonen $y = \frac{x}{4}$ beskriver da antall kopper kakao, *y,* som en funksjon av antall brownies, *x*.

Det gis 0 poeng om variablene ikke er tydelig definert.

Oppgave 6a)
1 poeng

Kandidaten viser algebraisk at strategien alltid gir riktig svar. Nedenfor er det et eksempel.

Vi velger a og b som symboler for to vilkårlige naturlige tall. Ved å bruke strategien dobling og halvering kan vi skrive $a \cdot b$ som $\frac{a}{2} \cdot 2b$. For å finne ut om strategien alltid gir riktig svar, sjekker vi at $a \cdot b$ er lik $\frac{a}{2} \cdot 2b$.

$a \cdot b = \frac{a}{2} \cdot 2b$

$a \cdot b = \frac{a}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}b$

$a \cdot b = a \cdot b$

Ja, det stemmer.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun viser talleksempler.

Oppgave 6b)
1 poeng

Kandidaten viser algebraisk at strategien alltid gir riktig svar. Nedenfor er det et eksempel.

Vi velger a som symbol for antall tiere og b som symbol for antall enere. De to faktorene som er i den opprinnelige multiplikasjonen kan da skrives som henholdsvis $a \cdot 10 + b$ og $a \cdot 10 - b$. Ved å bruke strategien symmetri om tiere kan multiplikasjonen skrives om til $(a \cdot 10 + b) \cdot (a \cdot 10 - b)$, som utregnet blir $a^2 \cdot 10^2 - b^2 = (10 \cdot a)^2 - b^2$.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun viser talleksempler.

Oppgave 7a)
1 poeng

Kandidaten formulerer med ord regelen som elevene kan bruke på en tilfredsstillende måte. Nedenfor er det et eksempel.

Når vi multipliserer to potenser med samme grunntall, så beholder vi grunntallet og adderer eksponentene.

Oppgave 7b)
1 poeng

Kandidaten gir et tilfredsstillende talleksempel med tilhørende ordforklaring slik at andre elever kan forstå at potensregelen er riktig. Nedenfor er det et eksempel.

I $4^2 \cdot 4^3$ har vi to faktorer av potenser som skal multipliseres sammen. Den første faktoren, 4^2, betyr $4 \cdot 4$ og den andre faktoren, 4^3, betyr $4 \cdot 4 \cdot 4$. I eksemplet $4^2 \cdot 4^3$ er det altså to faktorer av 4 i den første faktoren og tre faktorer av 4 i den andre. Til sammen er det $2 + 3 = 5$ faktorer av 4 i produktet av de to potensene. Så i stedet for å løse oppgaven slik $4^2 \cdot 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$, kan vi løse den ved potensregelen slik $4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$.

Det gis 0 poeng dersom kandidaten kun regner ut et talleksempel, for eksempel
$4^2 \cdot 4^3 = 16 \cdot 64 = 1024 = 4^5$,
eller regner ut et talleksempel og bare beskriver hva regelen sier, for eksempel
$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$, vi legger sammen eksponentene.

Oppgave 7c)
1 poeng

Kandidaten viser algebraisk at potensregelen er riktig. Nedenfor er det et eksempel.

Potensregelen kan generelt skrives på formen $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ for alle reelle tall a og alle naturlige tall n og m.

Når eksponenten er et naturlig tall, kan vi se på potensen som gjentatt multiplikasjon. Det vil si at $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\ faktorer}$ og $a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\ faktorer}$. Dermed er $a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n+m\ faktorer} = a^{n+m}$.

Det er ikke nødvendig at kandidaten presiserer at a er et reelt tall og n og m er naturlige tall for å få 1 poeng.

Oppgave 8a)
1 poeng

Kandidaten forklarer på en tilfredsstillende måte hva det vil si at et tall er en løsning på en likning. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1: Et tall er en løsning på en likning dersom likningen er i likevekt (lik verdi på begge sider av likhetstegnet) når tallet for den ukjente settes inn i likningen.

Eksempel 2: Når vi løser en likning finner vi et tall for den ukjente. Dersom tallet er en løsning på likningen, så skal venstre og høyre side i likningen ha samme verdi når tallet settes inn for den ukjente (regner ut på hver side).

Oppgave 8b)
2 poeng

Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte at $x = 3$ er løsning på likningen $2x + 4 = 10$ på to ulike måter. Nedenfor er det et eksempel på to måter.

Måte 1: Sette inn verdien for den ukjente x
Vi setter inn verdien 3 for x i likningen og regner ut venstre side i likningen til å være $2 \cdot 3 + 4 = 10$. Høyre side i likningen er lik 10. Da er venstre side lik høyre side, $10 = 10$, og $x = 3$ er løsning på likningen.

Måte 2: Løse likningen
$2x + 4 = 10$
$2x = 10 - 4$
$2x = 6$
$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$
$x = 3$

1 poeng

Kandidaten viser på en tilfredsstillende måte at $x = 3$ er løsning på likningen $2x + 4 = 10$ på én måte.

Oppgave 8c)
1 poeng

Kandidaten begrunner på en tilfredsstillende måte at det elev 1 sier er riktig. Nedenfor er det to eksempler.

Eksempel 1: Vi tar utgangspunkt i løsningen til elev 1 og setter inn en *x*-verdi større enn -5 i ulikheten, for eksempel $x = 1$. Vi får da $-2 \cdot 1 < 10$

$$-2 < 10$$

, som gjør ulikheten sann.

Deretter setter vi inn en *x*-verdi mindre enn -5, for eksempel $x = -6$. Vi får da

$$(-2) \cdot (-6) < 10$$
$$12 < 10$$

Det gjør ulikheten usann. Det vil si at vi må snu ulikhetstegnet om vi fortsatt skal ha sannhet, altså er det eleven sier riktig.

Eksempel 2:
Dersom vi deler på -2 uten å snu ulikhetstegnet, får vi

$$-2x < 10$$
$$\frac{-2x}{-2} < \frac{10}{-2}$$
$$x < -5$$

Dersom vi setter inn en x-verdi mindre enn -5 i ulikheten, for eksempel $x = -10$, får vi

$$(-2) \cdot (-10) < 10$$
$$20 < 10$$

Det gjør ulikheten usann. Det betyr at ikke å snu ulikhetstegnet er feil, altså det eleven sier er riktig.